Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable

Pedro Infante Moreira

Tomo 2

ESPOCH

2016

Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable

Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable

Tomo 2

Pedro Infante Moreira

Solucionario de circuitos eléctricos
en estado estable

Panamericana Sur, kilómetro 1 1/2
Instituto de investigación
Riobamba, Ecuador
Teléfono: 593 (03) 2 998-200
Código Postal: EC060155

Aval ESPOCH

Este libro se sometió a arbitraje bajo el sistema de doble ciego (*peer review*).

Corrección y diseño:
La Caracola Editores

Impreso en Ecuador

CDU: 537 + 621.3
Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable. Tomo 2.
Riobamba: Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.
Instituto de Investigaciones; 2016
113 p. vol: 17 x 24 cm
ISBN: 978-9942-14-339-6
1. Circuitos eléctricos
2. Circuitos en estado estable
3. Circuitos acoplados
4. Electricidad
5. Magnetismo

CONTENIDO TOMO 2

Problemas resueltos

Problema 20: "En la figura 1.60, úsese la superposición como auxiliar para encontrar la potencia absorbida por: a) la fuente de 6 V; b) la fuente de 3 A: c) la fuente de 12 V; d) la fuente de 2 A" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 114).

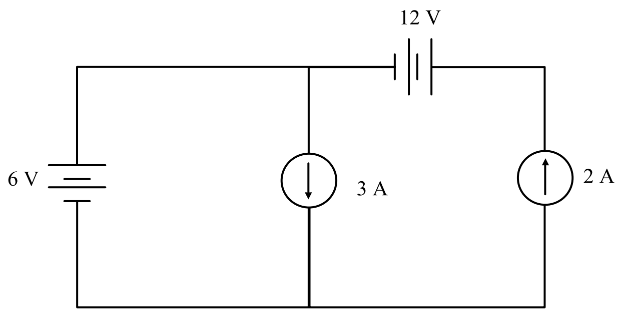


Figura 1.60

Solución:

En la figura 1.60, para que la potencia sea absorbida por las dos fuentes de voltaje, las corrientes ix e iy deben entrar por el terminal positivo de cada una de las fuentes; además, los signos de las corrientes ix e iy deben ser positivos. De igual forma, para que la potencia sea absorbida por las dos fuentes de corriente el signo negativo de V_1 y V_2 deben asignarse en el lado de las flechas de las corrientes. Estas asignaciones, de corriente y voltaje se encuentran en la figura 1.61. En conclusión, para que una fuente entregue potencia, la corriente debe salir por el terminal positivo, y para que una fuente reciba o absorba potencia, la corriente debe entrar por el terminal positivo de la fuente.

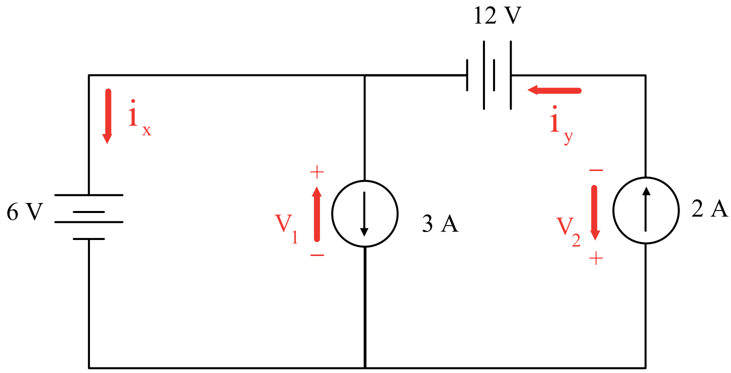


Figura 1.61

Para resolver el circuito de la figura 1.61 utilizando el método de superposición, se procede de la siguiente manera: debido a que existen cuatro fuentes independientes, dos de voltaje y dos de corriente, como resultado se va a tener cuatro respuestas parciales de cada una de las variables ix e iy.

1) Cuando actúa la fuente de 6 V en el circuito de la figura 1.61, la fuente de voltaje de 12 V se hace cero (cortocircuito) y las fuentes de corrientes de 3 A y de 2 A se hacen cero (circuito abierto); como resultado se obtiene el circuito de la figura 1.62 y se calculan las corrientes ix_1 e iy_1, las cuales son iguales a cero, ya que el circuito está abierto.

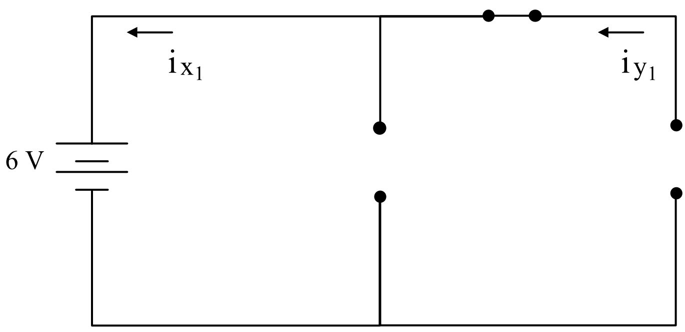


Figura 1.62

$ix_1 = 0$

$iy_1 = 0$

2) Cuando actúa la fuente de 12 V en el circuito de la figura 1.61, la fuente de voltaje de 6 V se hace cero (cortocircuito) y las fuentes de corrientes de 3 A y de 2 A se hacen cero (circuito abierto); como resultado, se obtiene el circuito de la figura 1.63 y se calculan las corrientes ix_2 e iy_2, las cuales son iguales a cero, ya que el circuito está abierto.

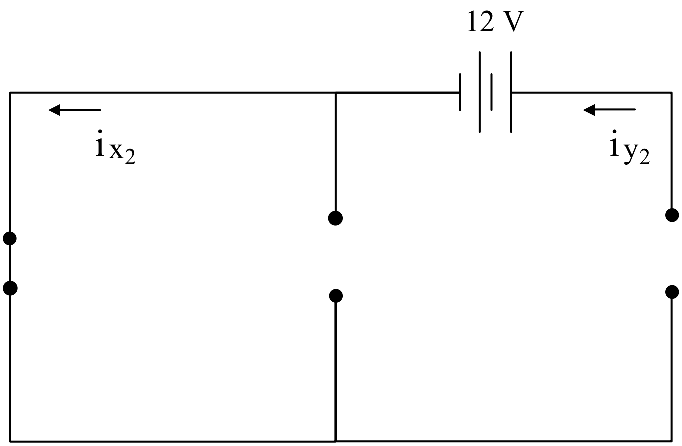


Figura 1.63

$ix_2 = 0$

$iy_2 = 0$

3) Cuando actúa la fuente de 3 A en el circuito de la figura 1.61, las fuentes de voltaje de 6 V y de 12 V se hacen cero (cortocircuito) y la fuente de corriente de 2 A se hace cero (circuito abierto); como resultado se obtiene el circuito de la figura 1.64 y se calculan las corrientes ix_3 e iy_3.

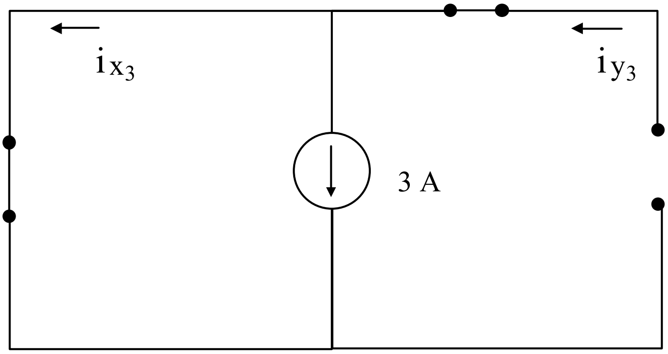


Figura 1.64

$ix_3 = -3A$

$iy_3 = 0$

4) Cuando actúa la fuente de 2 A en el circuito de la figura 1.61, las fuentes de voltaje de 6V y de 12 V se hacen cero (cortocircuito) y la fuente de corriente de 3 A se hace cero (circuito abierto); como resultado se obtiene el circuito de la figura 1.64 y se calculan las corrientes ix_4 e iy_4.

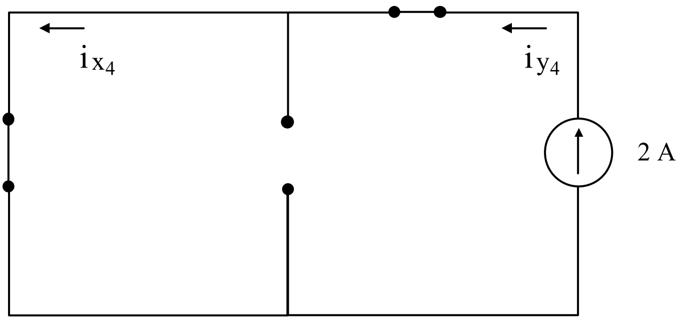


Figura 1.65

$ix_4 = 2$ A

$iy_4 = 2$ A

La corriente total de ix e iy es la suma de todas las corrientes parciales:

$ix = ix_1 + ix_2 + ix_3 + ix_4$

$ix = 0 + 0 + (-3) + 2$

$ix = -1$

$iy = iy_1 + iy_2 + iy_3 + iy_4$

$iy = 0 + 0 + 0 + 2$

$iy = 2$ A

Considerando la figura 1.61, se procede a calcular las potencias absorbidas por cada una de las fuentes.

a) Potencia absorbida por la fuente de 6 V.

$P = (6)\,(ix)$

Como el signo de la corriente ix es negativo, la dirección correcta es en el otro sentido; por lo tanto, la corriente ix está saliendo por el terminal positivo de la fuente de 6 V, entonces esta fuente está entregando potencia.

$P = (6)\,(ix) = (6)\,(-1) = -6$ W

$P = -6$ W

b) Potencia absorbida por la fuente de 3 A.

$V_1 = 6$ V

$P = (V_1)(3) = (6)(3) = 18$

$P = 18$ W

c) Potencia absorbida por la fuente de 12 V.

$P = (12)(iy) = (12)(2) = 24$

$P = 24$ W

d) Potencia absorbida por la fuente de 2 A.

LAZO, con las fuentes de 6V, 12 V y 2 A:

$-6 - 12 - V_2 = 0$

$V_2 = -18$ V

Como el signo del voltaje V_2 es negativo, la dirección correcta es en el otro sentido; por lo tanto, la corriente de 2 A está saliendo por el terminal positivo de V_2, entonces esta fuente está entregando potencia.

$P = (V_2)(2) = (-18)(2) = -36$

$P = -36$ W

Problema 21: "Un bulbo de destello Radio Shack tipo 222 está diseñado para usarse con dos pilas tipo AA de 1.55 V en serie. El bulbo, sin embargo, está marcado como "2.25 V, 0.25 A". Suponiendo que los marcos son correctos, ¿qué fuente práctica de voltaje podría unirse para modelar a una de las pilas?" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 114).

Solución:

Se podría modelar la fuente de la figura 1.66, en la cual se aplica la LVK:

$$-1.55 + I\,R - 1.55 + I\,R + 2.25 = 0$$

$$-3.1 + 2\,I\,R + 2.25 = 0$$

Reemplazando la corriente I por el valor de 0.25 A del problema:

$$-0.85 + 2\,(0.25)\,R = 0$$

$$0.5\,R = 0.85$$

$$R = \frac{0.85}{0.5} = 1.7$$

$$R = 1.7\,\Omega$$

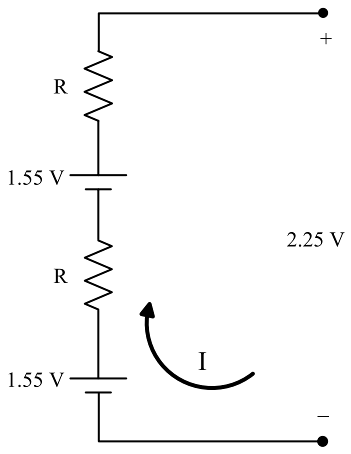
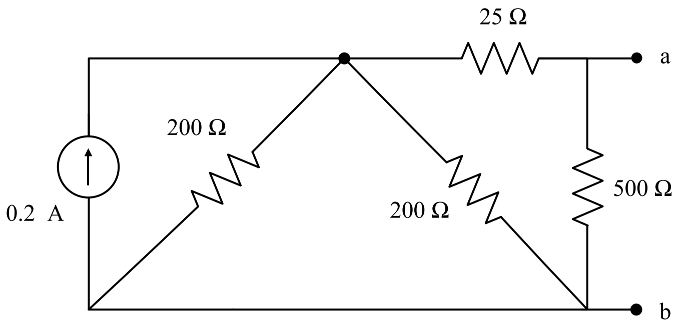


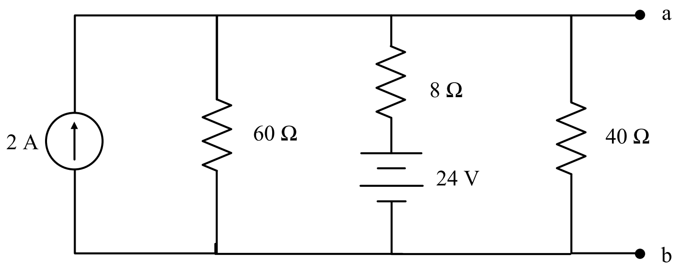
Figura 1.66

La fuente práctica de voltaje para modelar a una de las pilas es:
V_S = 1.55 V con una resistencia en serie de R = 1.7 Ω .

Problema 22: "Por medio de transformaciones sucesivas de fuentes y reducciones de resistencias para la red de la figura 1.67 (a), sustitúyase la red que aparece a la izquierda de los terminales **a-b** con un arreglo en serie de una sola fuente independiente de voltaje y un solo resistor" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 114).



(a)



(b)

Figura 1.67 (a) y (b)

Solución:

En la figura 1.67 (a), las dos resistencias de 200 Ω están conectadas en paralelo cuya resistencia equivalente es Req_1 = 100 Ω y se encuentra representado en el circuito de la figura 1.68.

$$Req_1 = \frac{(200)(200)}{200 + 200} = 100\ \Omega$$

$$Req_1 = 100\ \Omega$$

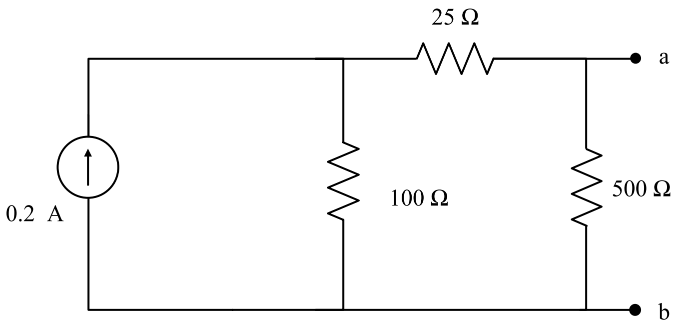


Figura 1.68

En la figura 1.68, entre la fuente de 0.2 A y la resistencia de 100 Ω , se procede a realizar una transformación de una fuente de corriente a una fuente de voltaje y se representa en el circuito de la figura 1.69, cuyo valor de voltaje es:

$$V = (0.2)\ (100) = 20\ V$$

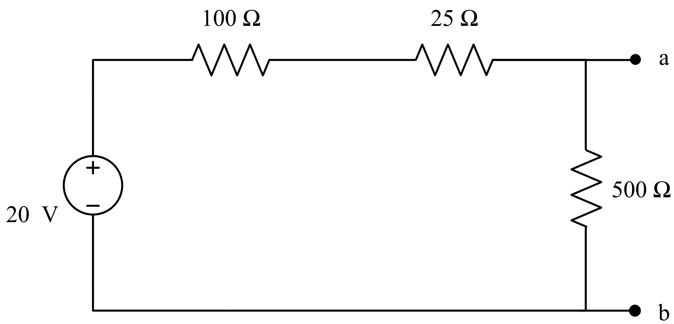


Figura 1.69

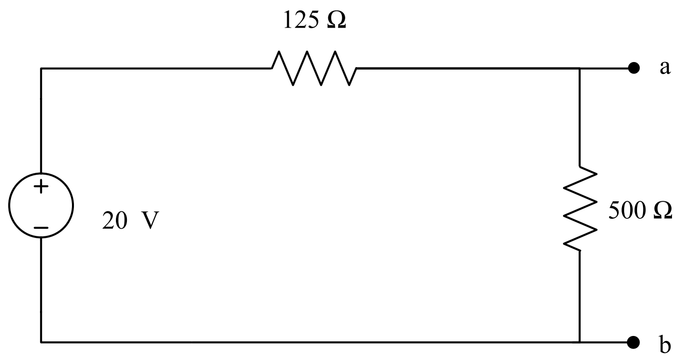


Figura 1.70

En el circuito de la figura 1.69, las resistencias de 100 Ω y 25 Ω están conectadas en serie, su valor equivalente es la suma de las dos, esto es, 125 Ω el cual se representa en el circuito de la figura 1.70. En este circuito nuevamente se hace una transformación de fuentes entre la fuente de 20 V y la resistencia de 125 Ω, dando como resultado la figura 1.71, cuyo valor de la corriente es de 0.16. Este cálculo se lo hace a través de la siguiente fórmula:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{20}{125} = 0.16\ A$$

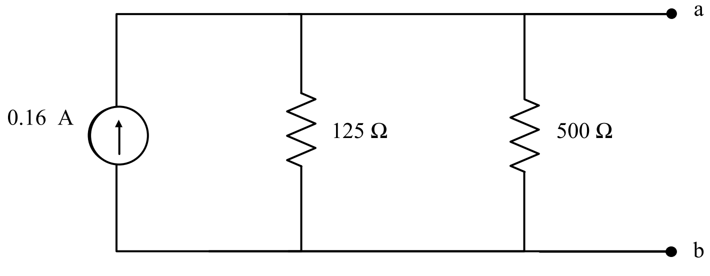


Figura 1.71

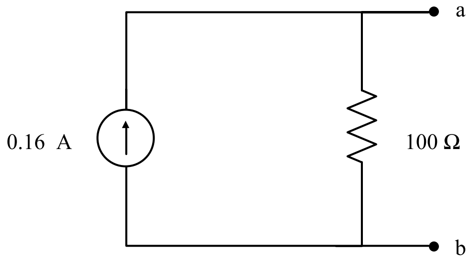


Figura 1.72

En el circuito de la figura 1.71, las resistencias de 125 Ω y 500 Ω están conectadas en paralelo y su valor equivalente es de $Req_2 = 100\ \Omega$ que se encuentra en la figura 1.72:

$$Req_2 = \frac{125x500}{125 + 500} = 100\ \Omega$$

En el circuito de la figura 1.72, se realiza una transformación de fuentes. Quedando como resultado el circuito de la figura 1.73, con un valor de voltaje igual a: $V = I\ R = (0.16)\ (100) = 16\ V$

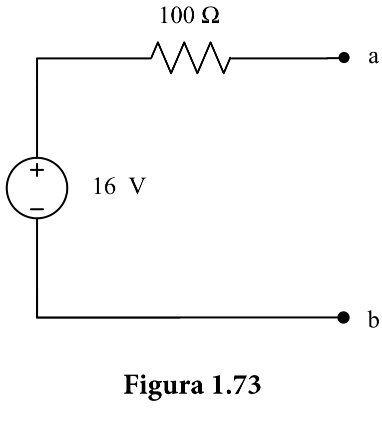


Figura 1.73

Considerando el circuito de la figura 1.67 (b), se hace una transformación de fuentes entre la fuente de 24 V y la resistencia de 8 Ω , quedando como resultado el circuito de la figura 1.74 con un valor de corriente igual a: I = (V/R) = (24/8) = 3 A.

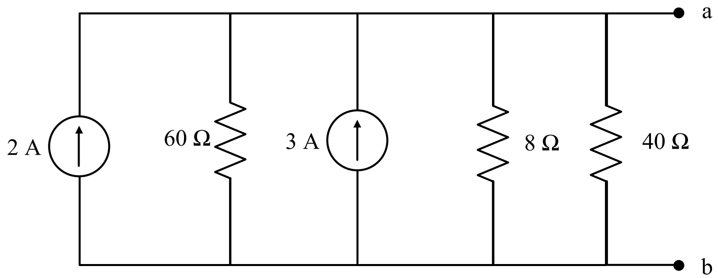


Figura 1.74

En el circuito de la figura 1.74, las resistencias de 60 Ω, 8 Ω y 40 Ω están conectadas en paralelo cuyo valor equivalente es Req:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{60} + \frac{1}{8} + \frac{1}{40} = \frac{20}{120}$$

$$R_{eq} = \frac{120}{20} = 6\ \Omega$$

Existen dos fuentes de corriente conectadas en paralelo cuyo valor equivalente es la suma de las dos, esto es:

Is = 2 + 3 = 5 A

Dando como resultado el circuito de la figura 1.75:

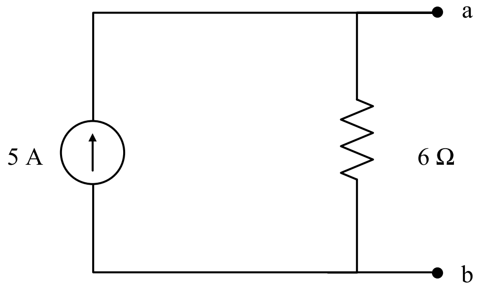


Figura 1.75

Finalmente, en el circuito de la figura 1.75 se hace una transformación de fuentes entre la fuente de 5 A y la resistencia de 6 Ω , quedando como resultado el circuito de la figura 1.76 con un valor de voltaje igual a: $V = IR = (5)\,(6) = 30$ V

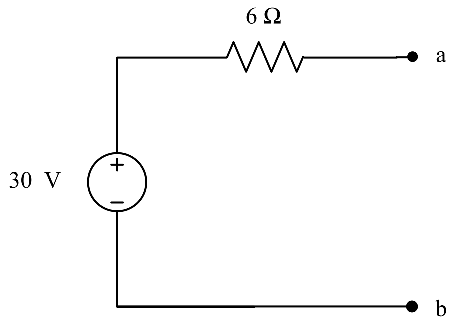


Figura 1.76

Problema 23: "En el circuito de la figura 1.77, ¿qué valor de R_L: a) absorberá la máxima potencia de esta red, y cuánto vale $P_L$máx?; b) ¿tendrá el máximo voltaje y cuánto vale V_L máx?; c) ¿tendrá una corriente máxima y cuánto vale $i_L$máx?" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 114).

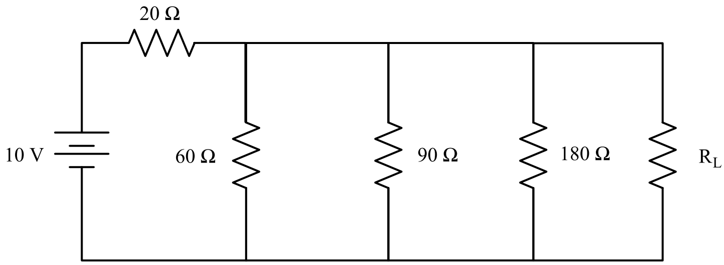


Figura 1.77

Solución:

En el circuito de la figura 1.77, se debe obtener el equivalente de Thévenin en el lado izquierdo de la resistencia R_L, que está representado en el circuito de la figura 1.78.

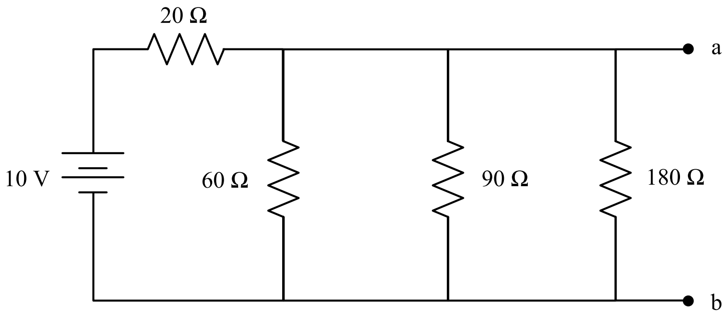


Figura 1.78

Para obtener la máxima transferencia de potencia en la carga R_L, la resistencia de Thévenin (R_{TH}) debe ser igual a la resistencia de la carga R_L. Se procede a calcular el circuito equivalente de Thevenin entre los puntos a y b de la figura 1.78. R_{TH} = Rab.

Para hallar la R_{TH}, se debe hacer cero la fuente de voltaje de 10 V, dando como resultado el circuito de la figura 1.79.

$$\frac{1}{R_{TH}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60} + \frac{1}{90} + \frac{1}{180} = \frac{9+3+2+1}{180} = \frac{15}{180}$$

$$R_{TH} = \frac{180}{15} = 12\ \Omega$$

$$R_{TH} = 12$$

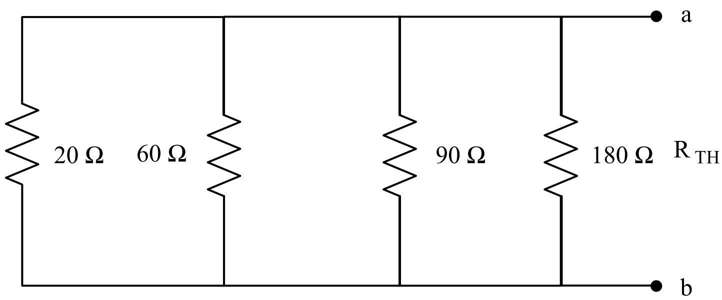


Figura 1.79

En el circuito de la figura 1.78, hallamos el voltaje de Thévenin entre los puntos a y b. Reduciendo las resistencias en paralelo, se representa en la figura 1.80:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{60} + \frac{1}{90} + \frac{1}{180} = \frac{3+2+1}{180} = \frac{6}{180}$$

$$R_{eq} = \frac{180}{6} = 30\ \Omega$$

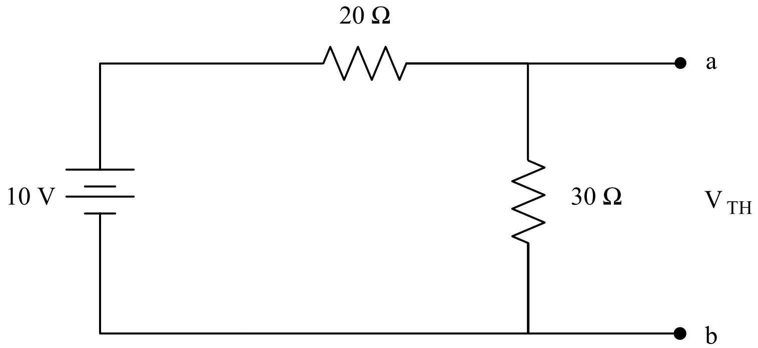


Figura 1.80

Aplicando el divisor de voltaje en la figura 1.80, se tiene:

$$V_{TH} = 10\,\frac{30}{20 + 30} = 6\ \text{V}$$

El circuito equivalente de Thévenin en los puntos a y b se representa en la figura 1.81.

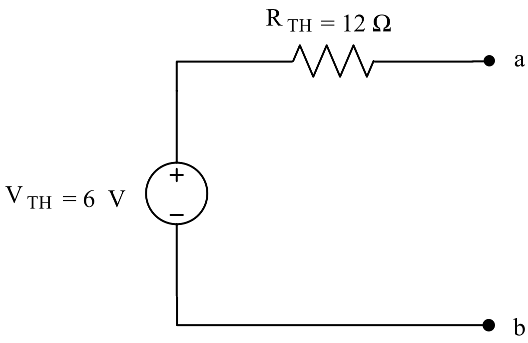


Figura 1.81

a) En la figura 1.82, para que se produzca la máxima transferencia de potencia, la carga R_L debe ser igual al valor de la R_{TH}. Se procede a calcular la corriente I aplicando la LVK.

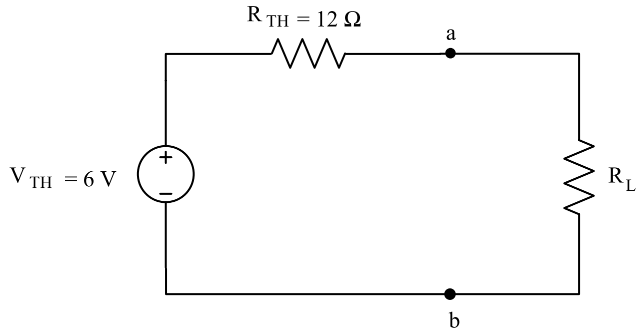


Figura 1.82

<u>LAZO</u>

$$-6 + 12\,I + 12\,I = 0$$

$$-6 + 24\,I = 0$$

$$I = \frac{6}{24} = 0.25$$

$$I = 0.25\ A$$

$$P_{(RL)máx} = I^2\,R_L$$

$$P_{(RL)máx} = (0.25)^2\,(12) = 0.75$$

$$P_{(RL)máx} = 0.75\ W$$

b) Se puede obtener un voltaje máximo en la carga V_L máx cuando R_L = (circuito abierto) se representa en la figura 1.81. El voltaje máximo que tendrá la carga será el V_{TH}, esto es:

$$V_L \text{ máx} = 6 \text{ V}$$

c) Se puede obtener una corriente máxima en la carga R_L, cuando R_L = 0 (cortocircuito en la figura 1.82), dando como resultado el circuito de la figura 1.83.

$$I_L = \frac{6}{12} = 0.5 \text{ A}$$

$$I_{L \text{ máx}} = 0.5 \text{ A}$$

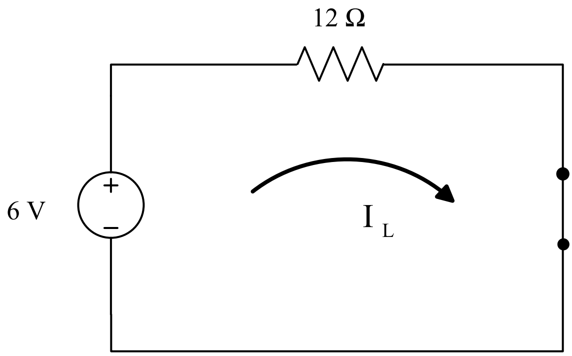


Figura 1.83

Problema 24: "Considérese la fuente práctica de voltaje que aparece a la izquierda de las terminales a y b en la figura 1.84. a) ¿Cuál debe ser el valor de R_L que haga que se obtenga la máxima potencia posible de la fuente práctica? b) ¿Cuál es el valor de esta potencia máxima?" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 115).

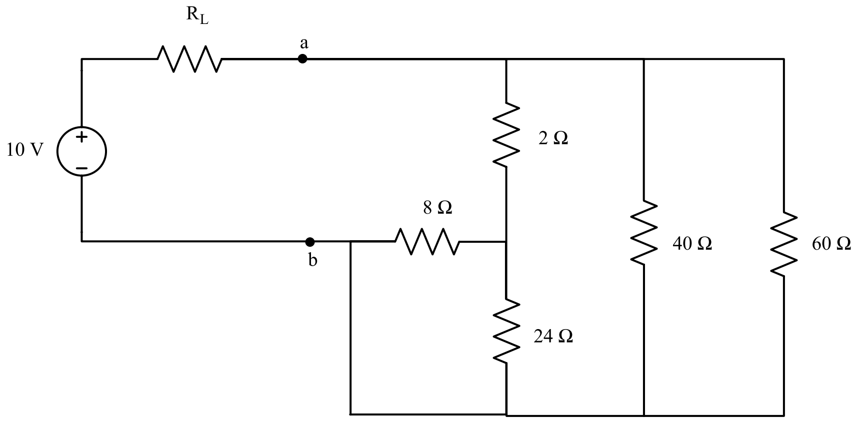


Figura 1.84

Solución:

a) Para que se obtenga la máxima potencia de la fuente práctica, R_L debe ser igual al la Z_{TH} a la derecha de las terminales. En los terminales a y b de la figura 1.85, calculamos la Z_{TH}.

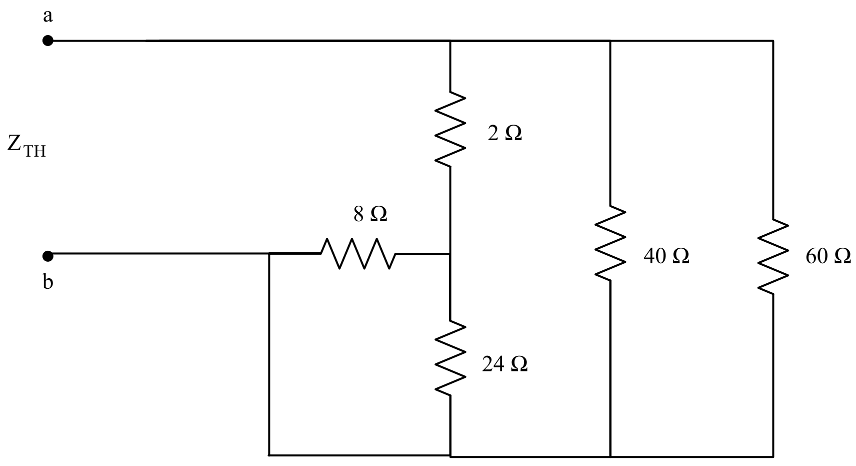


Figura 1.85

Las resistencias de 8 Ω y 24 Ω están conectadas en paralelo; se obtiene una R_{eq1} (figura 1.86). Esta, a su vez, está en serie con la resistencia de 2 Ω y se obtiene una R_{eq2} (figura 1.87). Las resistencias de 40 Ω , 60 Ω y la R_{eq2} están conectadas en paralelo, y se lo representa con la R_{eq3} tal como lo muestra el circuito de la figura 1.88.

La $R_{eq_3} = Z_{TH}$

$$\frac{1}{R_{eq_1}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{24} = \frac{3+1}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

$$R_{eq_1} = 6\Omega$$

$$R_{eq_2} = R_{eq_1} + 2 = 6 + 2 = 8$$

$$R_{eq_2} = 8\,\Omega$$

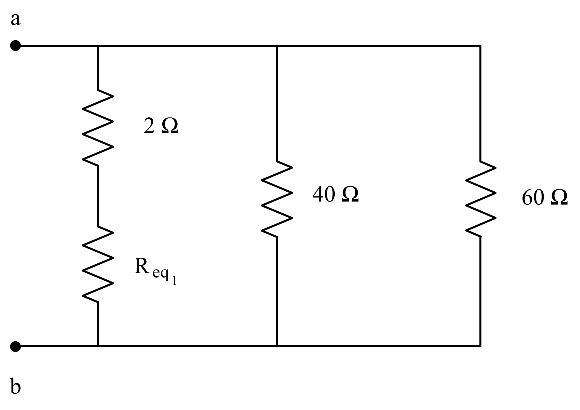


Figura 1.86

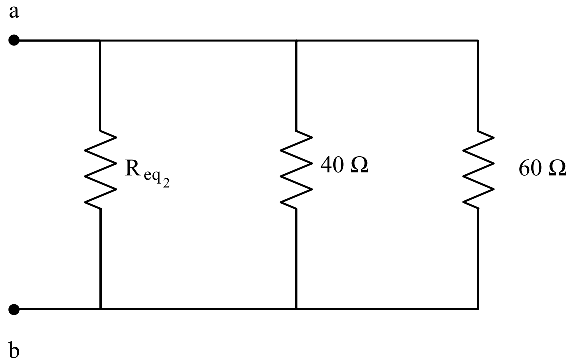


Figura 1.87

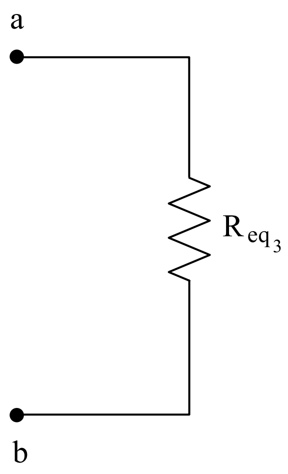


Figura 1.88

$$\frac{1}{R_{eq_3}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{40} + \frac{1}{60} = \frac{15+3+2}{120} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

$$R_{eq_3} = 6\Omega$$

$$Z_{TH} = 6\ \Omega$$

$R_L = Z_{TH} = 6\ \Omega$

El valor de R_L que haga que se obtenga la máxima potencia posible de la fuente práctica es de 6 Ω.

b) La figura 1.89 representa el circuito equivalente de la figura 1.84.

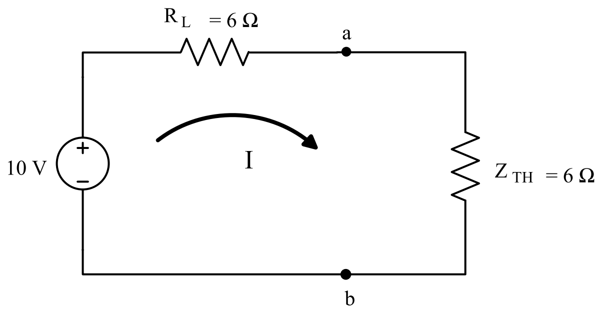


Figura 1.89

LAZO (LVK)

$$-10 + I\,R_L + I\,Z_{TH} = 0$$

$$-10 + 6\,I + 6\,I + = 0$$

$$-10 + 12\,I = 0$$

$$I = \frac{10}{12} = 0.8333\ \text{A}$$

$$P_{(RL)\text{máx}} = I^2\,R_L$$

$$P_{(RL)\text{máx}} = (0.8333)^2\,(6) = 4.1663$$

$$P_{(RL)\text{máx}} = 4.17\ \text{W}$$

Problema 25: "a) Mediante tres análisis distintos, calcúlese V_{OC}, i_{SC} y R_{TH} con respecto a los terminales a-b para el circuito mostrado en la figura 1.90. b) Dibújense los equivalentes de Thévenin y Norton como se 'ven' desde los terminales a-b" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 115).

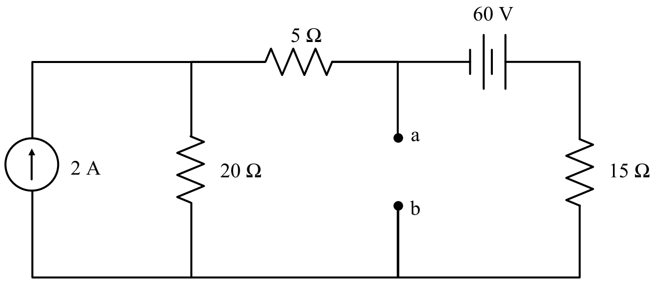


Figura 1.90

Solución:

El voltaje $V_{OC} = V_{TH}$, la corriente $i_{SC} = I_N$ y la $R_{TH} = Z_{TH}$.

a) El circuito de la figura 1.90 tiene dos mallas que está representada en la figura 1.91 con sus respectivas corrientes de mallas I_1 e I_2. Existe una fuente de corriente de 2 A que se abre, por tanto, solamente queda la malla 2. A continuación se plantean las ecuaciones de mallas.

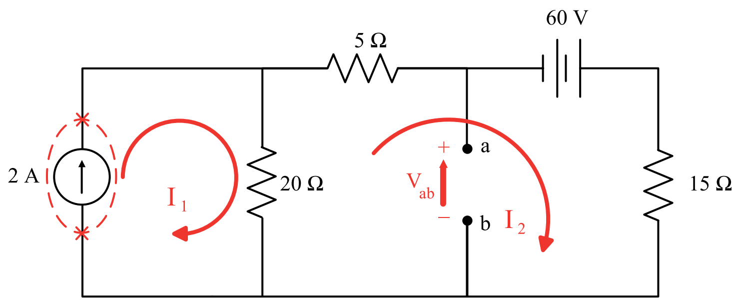


Figura 1.91

MALLA II

Se asume que la corriente de malla I_2 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_2, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$20\,(I_2 - I_1) + 5\,I_2 - 60 + 15\,I_2 = 0$$

$$20\,I_2 - 20\,I_1 + 5\,I_2 - 60 + 15\,I_2 = 0$$

$$-20\,I_1 + 40\,I_2 = 60 \qquad (1\text{-}95)$$

En la fuente de corriente de 2 A, la corriente de malla I_2, tiene la misma dirección de la fuente de 2 A; por lo tanto:

$$I_1 = 2 \qquad (1\text{-}96)$$

Hay que reemplazar la ecuación (1-96) en la ecuación (1-95):

$$-20\,(2) + 40\,I_2 = 60$$

$$-40 + 40\,I_2 = 60$$

$$40\,I_2 = 100$$

$$I_2 = \frac{100}{40} = 2.5$$

$$I_2 = 2.5\ \text{A}$$

LAZO (LVK)

$-Vab - 60 + 15\ I_2 = 0$

$Vab = -60 + 15\ (2.5)$

$Vab = -60 + 37.5$

$Vab = -22.5\ V$

$V_{TH} = Vab = -22.5\ V$

En el circuito de la figura 1.91, se calcula la R_{TH} en los puntos a-b. Se hacen cero, tanto la fuente de corriente como la fuente de voltaje, tal como se muestra en la figura 1.92. Las resistencias de, 5 Ω y 20 Ω están en serie y esta resistencia equivalente está en paralelo con la resistencia de 15 Ω ; por tanto:

$$Rab = \frac{(20+5)15}{20+5+15} = \frac{375}{40} = 9.375$$

$Rab = 9.375\ \Omega$

$R_{TH} = Rab = 9.375\ \Omega$

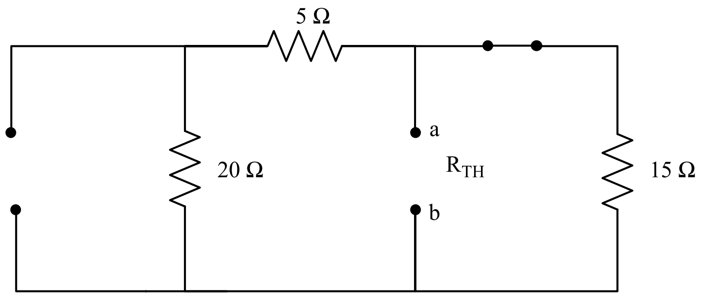


Figura 1.92

Para calcular la corriente de Norton I_N, se cortocircuita los puntos a y b en el circuito de la figura 1.90 dando como resultado el circuito de la figura 1.93 donde la corriente I_N circula del punto a hacia b. Para calcular la IN, se procede a resolver por análisis de mallas. La fuente de corriente de 2 A se abre. A continuación se plantean las ecuaciones de mallas.

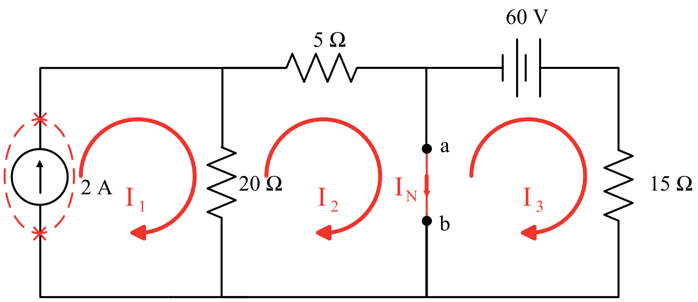


Figura 1.93

MALLA II

Se asume que la corriente de malla I_2 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_2, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$20\ (I_2 - I_1) + 5\ I_2 = 0$$

$$20\ I_2 - 20\ I_1 + 5\ I_2 = 0$$

$$-20\ I_1 + 25\ I_2 = 0 \qquad (1\text{-}97)$$

MALLA III

Se asume que la corriente de malla I_3 polariza de más (+) a menos (–)

en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_3, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-60 + 15\ I_3 = 0$$

$$15\ I_3 = 60$$

$$I_3 = \frac{60}{15} = 4$$

$$I_3 = 4\ \text{A}$$

Por la fuente de corriente de 2 A, circula la corriente de malla I_1, por tanto:

$$I_1 = 2\ \text{A} \tag{1-98}$$

La ecuación (1-98) se reemplaza en la ecuación (1-97):

$$-20\ (2) + 25\ I_2 = 0$$

$$-40 + 25\ I_2 = 0$$

$$25\ I_2 = 40$$

$$I_2 = \frac{40}{25} = 1.6$$

$$I_2 = 1.6\ \text{A}$$

La dirección de la I_N tiene la misma dirección de la corriente de malla I_2, y la I_3 tiene dirección opuesta; entonces, se plantea la ecuación de la siguiente manera:

$$I_N = I_2 - I_3 = 1.6 - 4 = -2.4$$
$$I_N = -2.4\ A$$

b) El equivalente de Thévenin y Norton se representa en la figura 1.94.

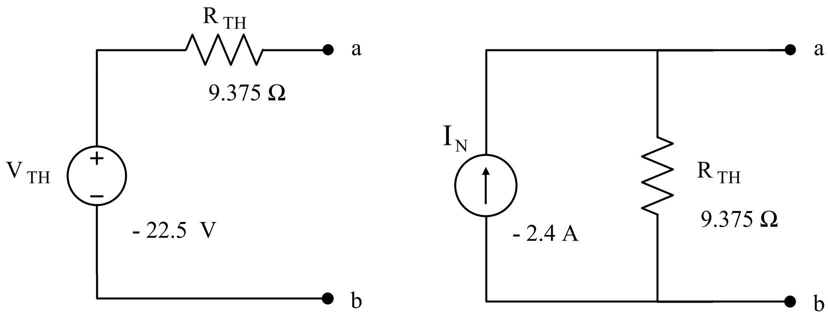


Figura 1.94

Problema 26: "Encuéntrese el circuito equivalente de Thévenin con respecto a los terminales a-b para el circuito mostrado en la figura 1.95" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 115).

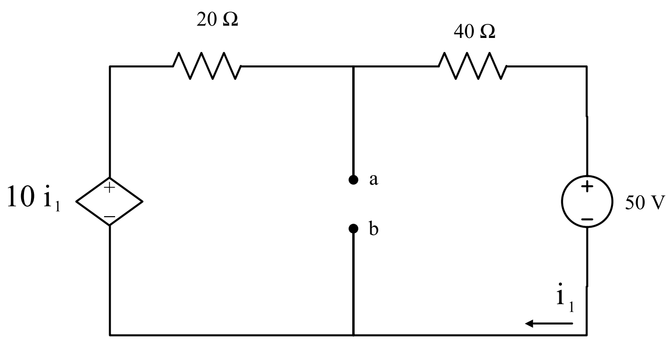


Figura 1.95

Solución:

a) En la figura 1.95, se procede a calcular el voltaje de Thevenin V_{TH}, el mismo que es igual al voltaje en los puntos a-b (Vab) que se encuentra representado en la figura 1.96. A continuación, se plantean las ecuaciones.

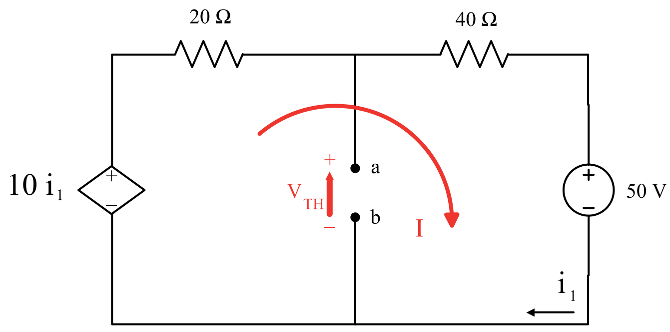


Figura 1.96

<u>LAZ0 (LVK)</u>

$- 10\ i_1 + 20\ I + 40\ I + 50 = 0$

$i_1 = I$

$- 10\ I + 20\ I + 40\ I + 50 = 0$

$50\ I = - 50$

$I = - 1\ A$

<u>LAZ0 (LVK)</u>

$- V_{TH} + 40\ I + 50 = 0$

$V_{TH} = 40\,(-1) + 50$

$V_{TH} = 10\text{ V}$

b) Cuando se tiene fuentes dependientes en el circuito, se procede a calcular la corriente de Norton (I_N) ya que $R_{TH} = \dfrac{V_{TH}}{I_N}$. En el circuito de la figura 1.95, se cortocircuita los puntos a-b dirigiendo la corriente I_N desde a hacia b, tal como se muestra en la figura 1.97 en la cual existen dos mallas con sus respectivas corrientes de mallas que se plantean a continuación:

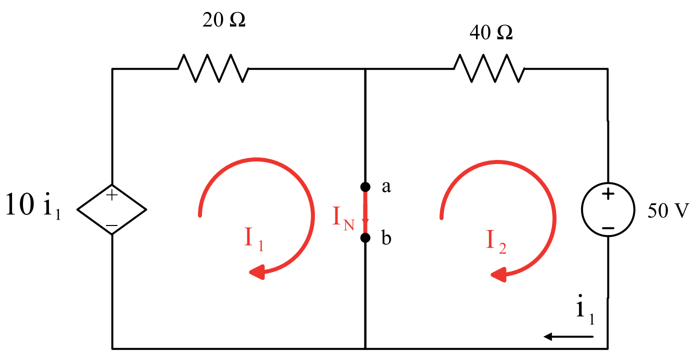


Figura 1.97

MALLA I

Se asume que la corriente de malla I_1 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_1, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$-10\,i_1 + 20\,I_1 = 0$

$i_1 = I_2$

$$-10\ I_2 + 20\ I_1 = 0$$

$$20\ I_1 - 10\ I_2 = 0 \qquad (1\text{-}99)$$

MALLA II

Se asume que la corriente de malla I_2 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_2, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$40\ I_2 + 50 = 0$$

$$40\ I_2 = -50$$

$$I_2 = -\frac{50}{40} = -1.25$$

$$I_2 = -1.25\ A \qquad (1\text{-}100)$$

La ecuación (1-100) se reemplaza en la ecuación (1-99):

$$20\ I_1 - 10\ (-1.25) = 0$$

$$20\ I_1 + 12.5 = 0$$

$$I_1 = -\frac{12.5}{20} = -0.625$$

$$I_1 = -0.625\ A$$

$$I_N = I_1 - I_2 = -0.625 - (-1.25)$$

$I_N = 0.625$ A

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{10}{0.625} = 16$$

$R_{TH} = 16$

El circuito equivalente de Thévenin, se representa en la figura 1.98.

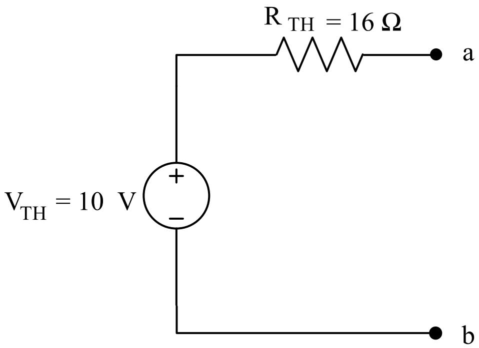


Figura 1.98

Problema 27: "Encuéntrese los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton como se 'ven' desde los terminales a-b para la red de la figura 1.99. b) Sustitúyase la fuente de 5 A por una fuente dependiente de voltaje con el valor de $5i_x$ (referencia + a la derecha) y de nuevo encuéntrese los equivalentes de Thévenin y Norton" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 115).

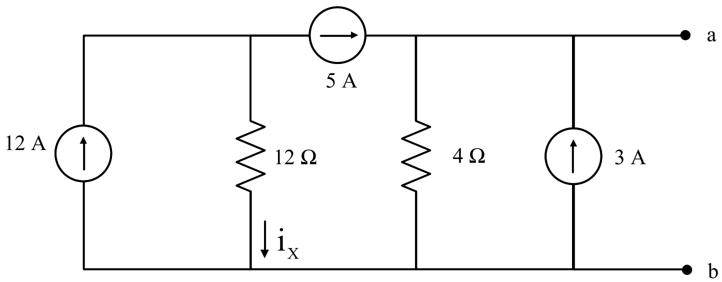


Figura 1.99

Solución:

En la figura 1.99, se procede a calcular el voltaje de Thévenin V_{TH}, el mismo que es igual al voltaje en los puntos a-b (Vab) que se encuentra representado en la figura 1.100. A continuación se plantean las ecuaciones.

a) En la figura 1.100, se calcula el voltaje Vab el cual es igual al V_{TH} en los terminales a-b. V_{TH} es equivalente al voltaje que cae en la resistencia de 4 Ω correspondiente a V_4. A continuación se plantea la ecuación en el nodo A y se aplica la LCK, considerando que a las corrientes que salen del nodo se les asigna un signo positivo y a las corrientes que entran al nodo se les asigna un signo negativo.

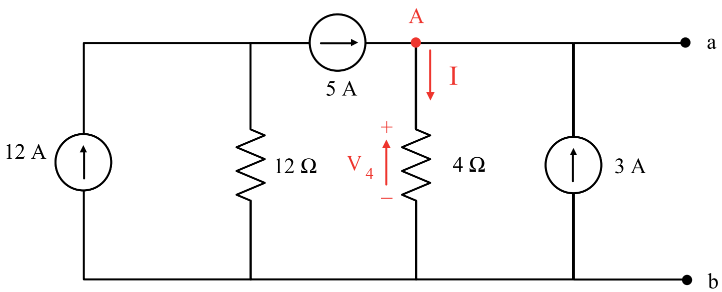


Figura 1.100

NODO A

$-5-3+I=0$

$I = 8\ A$

$V_4 = (I)\ (4) = (8)\ (4) = 32$

$V_4 = 32\ V$

$V_{TH} = V_4 = 32\ V$

Para calcular la R_{TH} en los puntos a-b, se hacen cero todas las fuentes de corriente del circuito de la figura 1.99 dando como resultado el circuito de la figura 1.101.

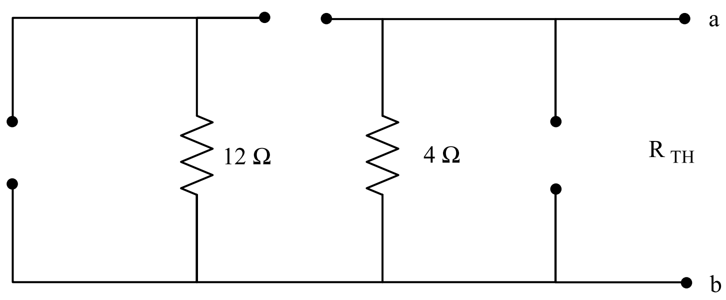


Figura 1.101

$Rab = R_{TH} = 4\ \Omega$

El circuito equivalente de Thévenin se muestra en la figura 1.102.

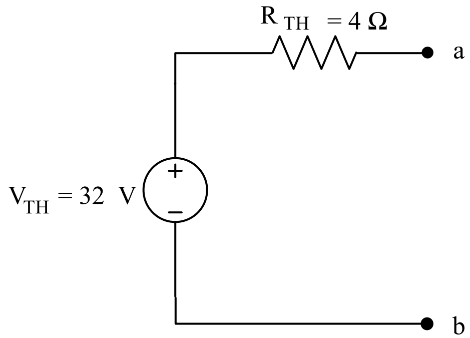


Figura 1.102

Para hallar la I_N, cortocircuitamos los terminales a – b de la figura 1.99, representándose en la figura 1.103.

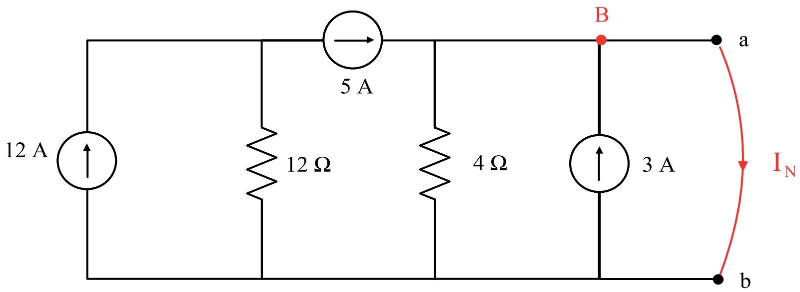


Figura 1.103

La resistencia de 4 Ω está en paralelo con el cortocircuito entre el punto a-b; por tanto, no va a circular ninguna corriente por la resistencia de 4 Ω , quedando eliminada la resistencia, dando como resultado la figura 1.104. A continuación, se plantea la ecuación en el nodo B y se aplica la LCK, considerando que a las corrientes que salen del nodo se les asigna un signo positivo y a las corrientes que entran al nodo, un signo negativo.

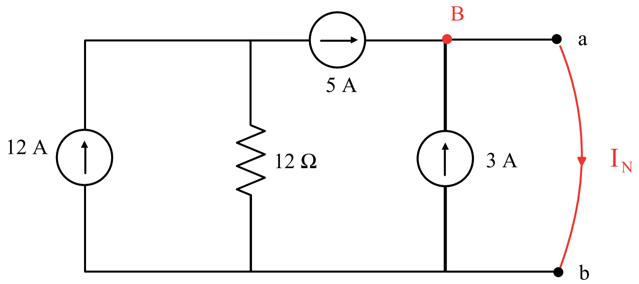


Figura 1.104

NODO B

$-5 - 3 + I_N = 0$

$I_N = 8$ A

El circuito equivalente de Norton, se representa en la figura 1.105.

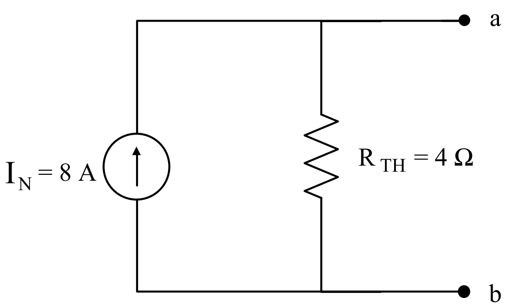


Figura 1.105

b) En el circuito de la figura 1.99, sustitúyase la fuente de 5 A por una fuente dependiente de voltaje con valor de $5i_x$, tal como se muestra en la figura 1.106. Se utiliza el análisis de nodos con asignación de potenciales para calcular el voltaje en los puntos a-b cuyo circuito se encuentra representado en la figura 107.

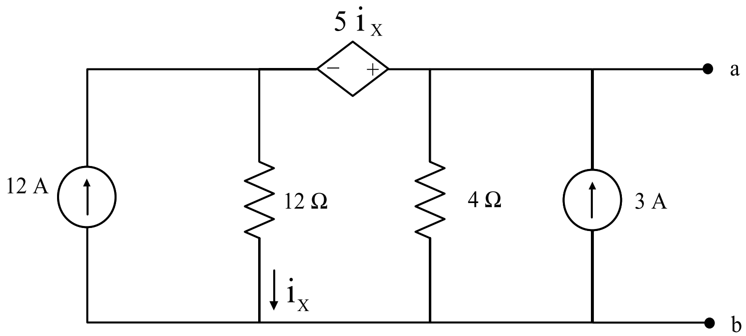


Figura 1.106

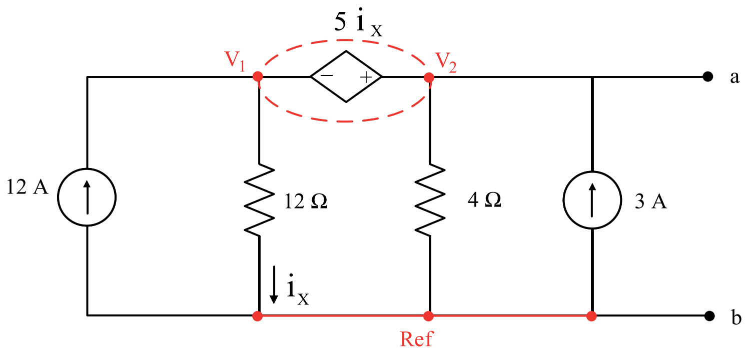


Figura 1.107

<u>SUPERNODO</u>

$$-12 + \frac{V_1}{12} + \frac{V_2}{4} - 3 = 0$$

$$\frac{V_1}{12} + \frac{V_2}{4} = 15 \qquad (1\text{-}101)$$

En la fuente dependiente de voltaje de 5 i_X, el signo positivo está en el nodo 2 y el signo negativo está en el nodo 1; esto es:

$$V_2 - V_1 = 5\ i_X$$

Aplicando la Ley de Ohm en la resistencia de 12 Ω y despejando la corriente i_X se tiene:

$$i_x = \frac{V_1}{12}$$

Reemplazando,

$$V_2 - V_1 = 5\left(\frac{V_1}{12}\right)$$

$$\frac{V_2}{5} - \frac{V_1}{5} - \frac{V_1}{12} = 0$$

$$\frac{V_2}{5} = \frac{17}{60} V_1$$

$$V_1 = \frac{60}{(5)(17)} V_2$$

$$V_1 = 0.7059\ V_2 \qquad (1\text{-}102)$$

La ecuación (1-102) se reemplaza en la ecuación (1-101):

$$\frac{1}{12}(0.7059\ V_2) + \frac{1}{4} V_2 = 15$$

$$0.0588\ V_2 + 0.25\ V_2 = 15$$

$0.3088\ V_2 = 15$

$$V_2 = \frac{15}{0.3088} = 48.575$$

$V_2 = 48.6\ V$

$V_{TH} = V_2 = 48.6\ V$

Para calcular la I_N, cortocircuitamos en los puntos a – b de la figura 1.106, dando como resultado la figura 1.108. En este circuito se utiliza el análisis de mallas para calcular la corriente I_N. Existen tres mallas con sus respectivas corrientes de mallas I_1, I_2 e I_3. Las fuentes de corrientes de 12 A y 3 A se abren. A continuación se plantean las ecuaciones.

<u>SUPERMALLA</u>

La supermalla está formada por las mallas 2 y 3. Se asume que la corriente de malla I_2 e I_3 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_2 e I_3, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación, se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$12\ (I_2 - I_1) - 5\ i_x = 0$

$i_x = I_1 - I_2$

$12\ I_2 - 12\ I_1 - 5\ (I_1 - I_2) = 0$

$12\ I_2 - 12\ I_1 - 5\ I_1 + 5\ I_2 = 0$

$$- 17\ I_1 + 17\ I_2 = 0 \qquad (1\text{-}103)$$

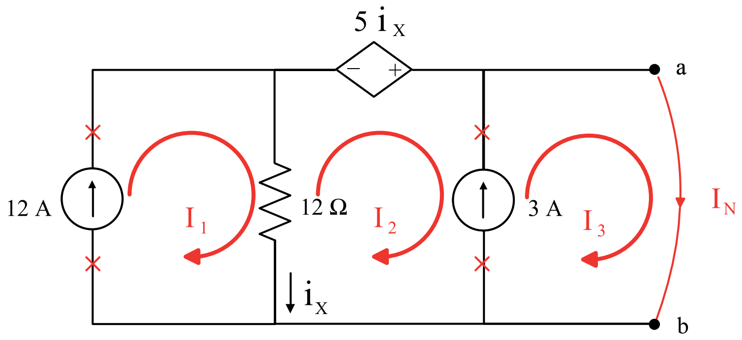


Figura 1.108

En la fuente de corriente de 12 A:

$I_1 = 12$ (1-104)

En la fuente de corriente de 3 A:

$I_3 - I_2 = 3$ (1-105)

La ecuación (1-104) se reemplaza en la ecuación (1-103):

$-17(12) + 17\ I_2 = 0$

$-204 + 17\ I_2 = 0$

$$I_2 = \frac{204}{17} = 12\ A$$

Se reemplaza en la ecuación (1-105):

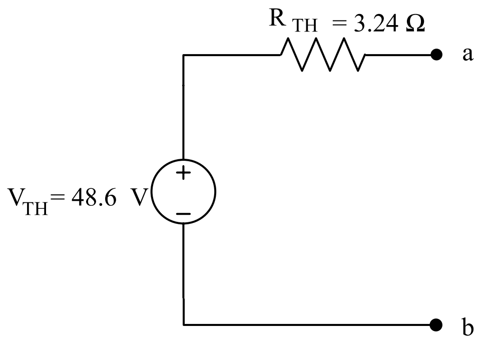
$I_3 - 12 = 3$

$I_3 = 15\ A$

$I_N = I_3 = 15 \text{ A}$

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{48.6}{15} = 3.24\,\Omega$$

El nuevo circuito equivalente de Thévenin y Norton, se representa en la figura 1.109.



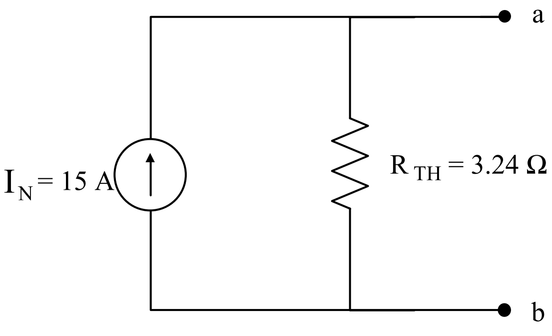


Figura 1.109 (a) y (b)

Problema 28: "En el circuito de la figura 1.12, encuéntrese el equivalente de Thévenin de la red: a) a la izquierda de la fuente de 8 V, b) a la derecha de la fuente de 6 V" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 116).

a) El circuito a la izquierda de la fuente de 8 V se encuentra en la figura 1.110 y se procede a calcular el voltaje Vab en el punto a-b cuyo valor es igual al voltaje de Thévenin V_{TH}. Se utiliza el análisis de mallas. A continuación se plantean las ecuaciones.

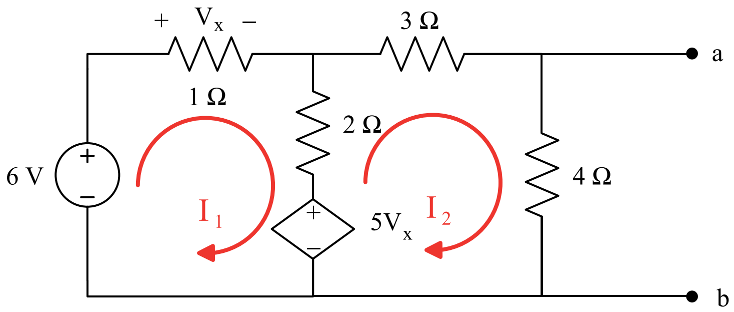


Figura 1.110

MALLA I

Se asume que la corriente de malla I_1 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_1, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-6 + 1\ I_1 + 2\ (I_1 - I_2) + 5\ V_X = 0$$

Aplicando la Ley de Ohm en la Resistencia de 1 Ω:

$$V_X = 1\ I_1 = I_1$$

Se reemplaza:

$$-6 + I_1 + 2\ I_1 - 2\ I_2 + 5\ I_1 = 0$$

$8\ I_1 - 2\ I_2 = 6$ (1-106)

MALLA II

Se asume que la corriente de malla I_2 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_2, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-5\ V_X + 2\ (I_2 - I_1) + 3\ I_2 + 4\ I_2 = 0$$

$$-5\ I_1 + 2\ I_2 - 2\ I_1 + 3\ I_2 + 4\ I_2 = 0$$

$$-7\ I_1 + 9\ I_2 = 0$$

$$I_1 = \frac{9}{7}\ I_2 = 1.2857\ I_2$$

$$I_1 = 1.2857\ I_2 \qquad (1\text{-}107)$$

La ecuación (1-107) se reemplaza en la ecuación (1-106):

$$8\ (1.2857\ I_2) - 2\ I_2 = 6$$

$$10.2856\ I_2 - 2\ I_2 = 6$$

$$8.2856\ I_2 = 6$$

$$I_2 = \frac{6}{8.2856} = 0.72415$$

$$Vab = 4\ I_2 = 4\ (0.72415) = 2.8966$$
$$V_{TH} = Vab = 2.90\ V$$

Para calcular la R_{TH} se debe calcular la I_N. En la figura 1.110, se procede a cortocircuitar los puntos a-b cuya resistencia de 4 Ω está en paralelo con el cortocircuito por el cual no circula corriente; el circuito equivalente se encuentra en la figura 1.111. Se utiliza el análisis de mallas y se plantean las ecuaciones.

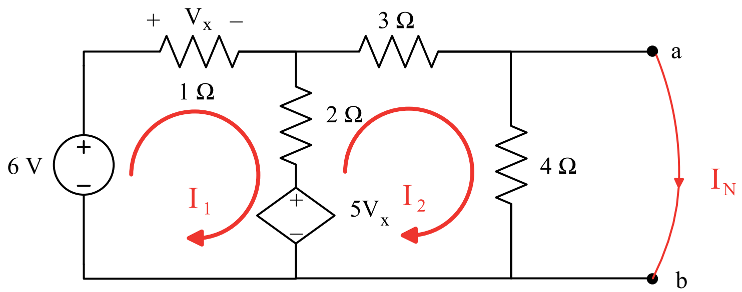


Figura 1.111

MALLA I

Se asume que la corriente de malla I_1 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_1, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-6 + 1\, I_1 + 2\,(I_1 - I_2) + 5\, V_X = 0$$

$$V_X = 1\, I_1 = I_1$$

$$-6 + I_1 + 2\, I_1 - 2\, I_2 + 5\, I_1 = 0$$

$$8\, I_1 - 2\, I_2 = 6 \qquad (1\text{-}108)$$

MALLA II

Se asume que la corriente de malla I_2 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_2, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-5\ V_X + 2\ (I_2 - I_1) + 3\ I_2 = 0$$

$$-5\ I_1 + 2\ I_2 - 2\ I_1 + 3\ I_2 = 0$$

$$-7\ I_1 + 5\ I_2 = 0$$

$$7\ I_1 = 5\ I_2$$

$$I_1 = \frac{5}{7}\ I_2 = 0.7143\ I_2$$

$$I_1 = 0.7143\ I_2 \qquad (1\text{-}109)$$

La ecuación (1-109) se reemplaza en la ecuación (1-108):

$$8\ (0.7143\ I_2) - 2\ I_2 = 6$$

$$5.7144\ I_2 - 2\ I_2 = 6$$

$$3.7144\ I_2 = 6$$

$$I_2 = \frac{6}{8.7144} = 1.6153$$

$$I_N = I_2 = 1.6153\ A$$

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{2.9}{1.6153} = 1.7953$$

$$R_{TH} = 1.8\ \Omega$$

El circuito de Thévenin se encuentra representado en la figura 1.112.

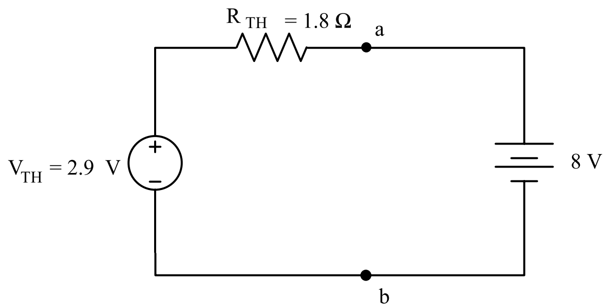


Figura 1.112

b) El circuito, a la izquierda de la fuente de 8 V se encuentra en la figura 1.113 y se procede a calcular el voltaje Vab en el punto a-b cuyo valor es igual al voltaje de Thévenin V_{TH}. Se utiliza el análisis de mallas. A continuación se plantean las ecuaciones.

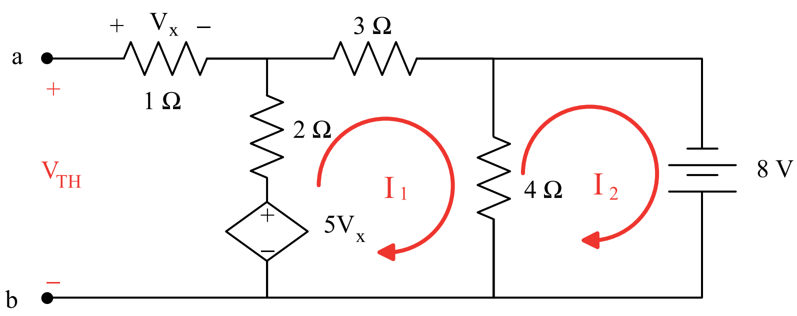


Figura 1.113

MALLA I

Se asume que la corriente de malla I_1 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_1, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-5\,V_X + 2\,I_1 + 3\,I_1 + 4\,(I_1 - I_2) = 0$$

$V_X = 0$ ya que la corriente que circula por la resistencia de 1 Ω es cero (circuito abierto)

$$-5\,(0) + 2\,I_1 + 3\,I_1 + 4\,I_1 - 4\,I_2 = 0$$

$$9\,I_1 - 4\,I_2 = 0 \qquad (1\text{-}110)$$

MALLA II

Se asume que la corriente de malla I_2 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_2, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$4\,(I_2 - I_1) + 8 = 0$$

$$4\,I_2 - 4\,I_1 = 8$$

$$4\,I_2 = 8 + 4\,I_1$$

$$I_2 = 2 + I_1 \qquad (1\text{-}111)$$

La ecuación (1-111) se reemplaza en la ecuación (1-110):

$$9\ I_1 - 4\ (2 + I_1) = 0$$

$$9\ I_1 - 8 - 4\ I_1 = 0$$

$$5\ I_1 = 8$$

$$I_1 = \frac{8}{5} = 1.6$$

$$I_1 = 1.6\ A$$

LAZO

$$-V_{TH} + V_X - 2\ I_1 + 5\ V_X = 0$$

$$V_X = 0$$

$$V_{TH} = -2\ I_1 = -2\ (1.6) = -3.2$$

$$V_{TH} = -3.2\ V$$

Para hallar la R_{TH}, se debe calcular la I_N. Se cortocircuita en los puntos a-b dando como resultado la figura 1.114. Se utiliza el análisis de mallas para calcular la I_N. A continuación se plantean las ecuaciones.

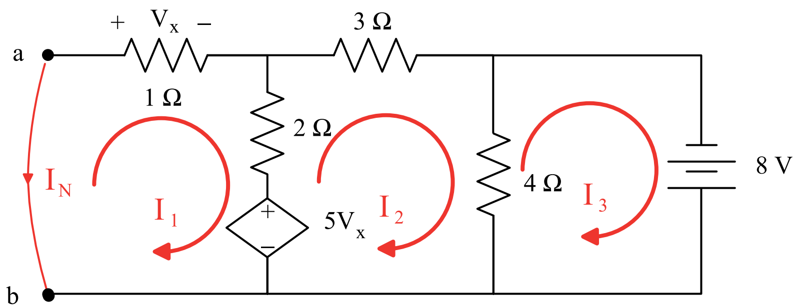


Figura 1.114

MALLA I

Se asume que la corriente de malla I_1 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_1, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$1\ I_1 + 2\ (I_1 - I_2) + 5\ Vx = 0$

En la resistencia de 1 Ω se aplica la Ley de Ohm:

$V_X = 1I_1 = I_1$

Reemplazando:

$1\ I_1 + 2\ I_1 - 2\ I_2 + 5\ I_1 = 0$

$$8\ I_1 - 2\ I_2 = 0 \qquad (1\text{-}112)$$

MALLA II

Se asume que la corriente de malla I_2 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_2, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$-\ 5\ V_X + 2\ (I_2 - I_1) + 3\ I_2 + 4\ (I_2 - I_3) = 0$

$-\ 5\ I_1 + 2\ I_2 - 2\ I_1 + 3\ I_2 + 4\ I_2 - 4\ I_3 = 0$

$$-\ 7\ I_1 + 9\ I_2 - 4\ I_3 = 0 \qquad (1\text{-}113)$$

<u>MALLA III</u>

Se asume que la corriente de malla I_3 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_3, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$4\,(I_3 - I_2) - 8 = 0$$

$$4\,I_3 - 4\,I_2 = 8$$

$$4\,I_3 = 8 + 4\,I_2$$

$$I_3 = 2 + I_2 \qquad (1\text{-}114)$$

La ecuación (1-114) se reemplaza en la ecuación (1-113):

$$-7\,I_1 + 9\,I_2 - 4\,(2 + I_2) = 0$$

$$-7\,I_1 + 9\,I_2 - 8 - 4\,I_2 = 0$$

$$-7\,I_1 + 5\,I_2 = 8$$

$$5\,I_2 = 8 + 7\,I_1$$

$$I_2 = 1.6 + 1.4\,I_1 \qquad (1\text{-}115)$$

La ecuación (1-115) se reemplaza en la ecuación (1-112):

$$8\,I_1 - 2\,(1.6 + 1.4\,I_1) = 0$$

$$8\,I_1 - 3.2 - 2.8\,I_1 = 0$$

$$5.2\,I_1 = 3.2$$

$$I_1 = \frac{3.2}{5.2} = 0.6154 \text{ A}$$

En la figura 1.14:

$$I_N = -I_1 = -0.6154 \text{ A}$$

Entonces:

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{-3.2}{-0.6154} = 5.1999$$

$$R_{TH} = 5.2\ \Omega$$

El circuito equivalente de Thévenin se encuentra representado en la figura 1.115.

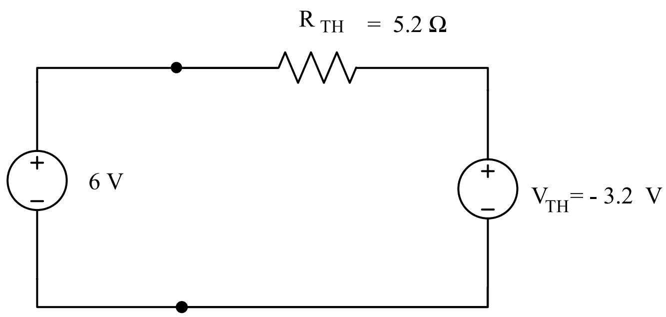


Figura 1.115

Problema 29: "Remítase el lector al circuito mostrado en la figura 1.57 y encuéntrese el circuito equivalente de Thévenin, 'visto' por el resistor de 3 Ω. b) Calcúlese I. c) Cámbiese el valor del resistor de 3 Ω a 13 Ω y, de nuevo, calcúlese I" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p..116).

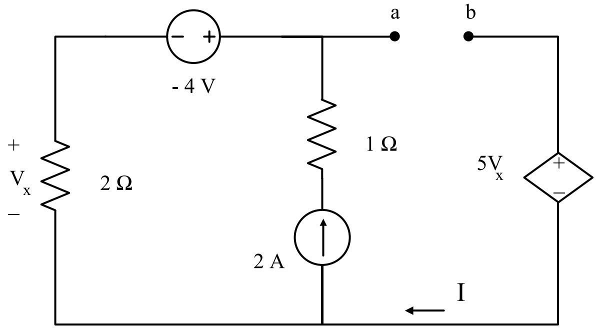


Figura 1.116

Solución:

a) El circuito equivalente visto por el resistor de 3 Ω en los puntos a-b es el que se encuentra en la figura 1.116. Para calcular el V_{TH} en los puntos a-b, se utiliza el circuito de la figura 1.117 y se resuelve por análisis de mallas. La fuente de corriente de 2 A se abre. La corriente $I_2 = 0$, debido a que en los puntos a-b está abierto.

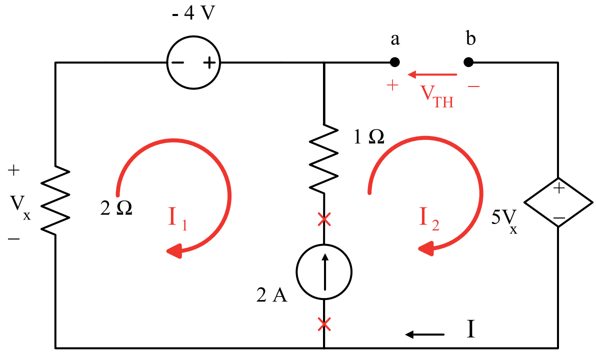


Figura 1.117

En la fuente de corriente de 2 A, se tiene:

$I_2 - I_1 = 2$

$0 - I_1 = 2$

$I_1 = -2$

$I_1 = -2A$

LAZO (LVK)

$2\ I_1 - (-4) + V_{TH} + 5\ Vx = 0$

En la resistencia de 2 Ω se aplica la Ley de Ohm:

$Vx = -2\ I_1$

Reemplazando:

$2\ I_1 + 4 + V_{TH} + 5\ (-2\ I_1) = 0$

$2\ I_1 + 4 + V_{TH} - 10\ I_1 = 0$

$-8\ I_1 + 4 + V_{TH} = 0$

$V_{TH} = 8\ I_1 - 4$

$V_{TH} = 8\ (-2) - 4 = -16 - 4 = -20$

$V_{TH} = -20\ V$

Para obtener el valor de la R_{TH} se debe calcular el valor de la corriente I_N. Se cortocircuitan los puntos a-b en la figura 1.117 y se encuentra representado en la figura 1.118. Se resuelve por el método de análisis de mallas. La fuente de corriente de 2 A se abre y forma una supermalla entre las mallas 1 y 2. A continuación se plantean las ecuaciones de la supermalla.

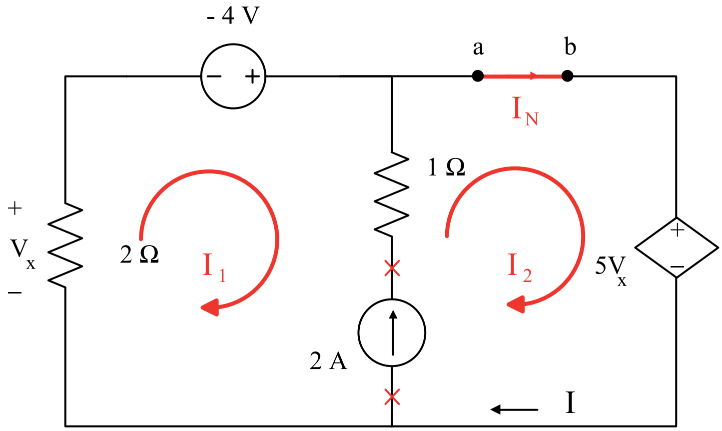


Figura 1.118

SUPERMALLA

La supermalla está formada por las mallas 1 y 2, se asume que la corriente de malla I_1 e I_2 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_1 e I_2, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK).

$$2\,I_1 - (-4) + 5\,Vx = 0$$

$$Vx = -2\,I_1$$

$$2\,I_1 + 4 + 5\,(-2\,I_1) = 0$$

$$2\,I_1 + 4 - 10\,I_1 = 0$$

$$-8\,I_1 = -4$$

$I_1 = 0.5$ (1-115)

En la fuente de corriente de 2 A, se tiene:

$I_2 - I_1 = 2$

$I_2 = 2 + I_1$ (1-116)

La ecuación (1-115) se reemplaza en la ecuación (1-116):

$I_2 = 2 + 0.5 = 2.5$ A
$I_N = I_2 = 2.5$ A

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{-20}{2.5} = -8$$

$R_{TH} = -8\,\Omega$

La resistencia no puede ser negativa, pero, como se trata de una resistencia equivalente, R_{TH} puede ser negativa.

El circuito equivalente de Thévenin en los puntos a-b, se representa en la figura 1.119.

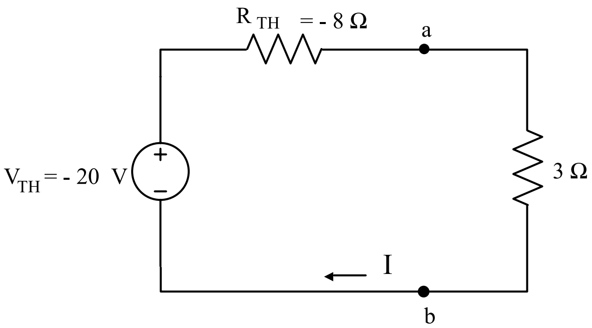


Figura 1.119

b) En la figura 1.119, se procede a calcular la corriente I. En el lazo se aplica la LVK:

$$-(-20) + I(-8) + 3I = 0$$

$$20 - 8I + 3I = 0$$

$$20 - 5I = 0$$

$$I = \frac{20}{5} = 4$$

$$I = 4\ A$$

c) Cambiando el resistor de 3 Ω por 13 Ω en la figura 1.119 se tiene:

$$-(-20) + I(-8) + 13I = 0$$

$$20 - 8I + 13I = 0$$

$$20 + 5I = 0$$

$$5I = -20$$

$$I = -\frac{20}{5} = -4$$

$$I = -4\ A$$

Problema 30: "Si el voltaje V_L o la corriente $i_L = \dfrac{V_L}{R_L}$ para una resistencia de carga cualquiera R_L son conocidos, entonces el equivalente de Thévenin o de Norton se puede hallar fácilmente ya que $V_{OC} = \lim\limits_{R_L \to \infty} V_L$ e

$$i_{SC} = \lim_{R_L \to 0} i_L$$

a) Encuéntrese V_L (signos "+" en la terminal "a") para el circuito de la figura 1.95 si una resistencia R_L se conecta entre a-b. b) Úsese las expresiones anteriores para calcular V_{OC} e i_{SC}" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 116).

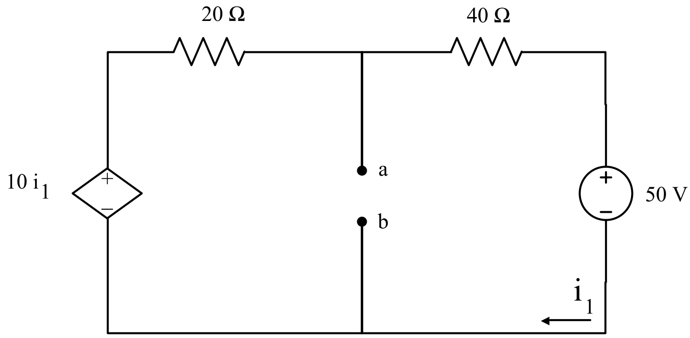


Figura 1.120

Solución:

Primero, se conecta una resistencia R_L entre los puntos a-b, como se muestra en la figura 1.120 y se asigna un voltaje V_L, tal como se muestra en la figura 1.121 y se aplica el método de análisis de nodos por asignación de potenciales para hallar el voltaje en la carga V_L. Debido a las fuentes de voltaje se forma un supernodo con los nodos 1 y 2. A continuación se plantean las ecuaciones del nodo y supernodo.

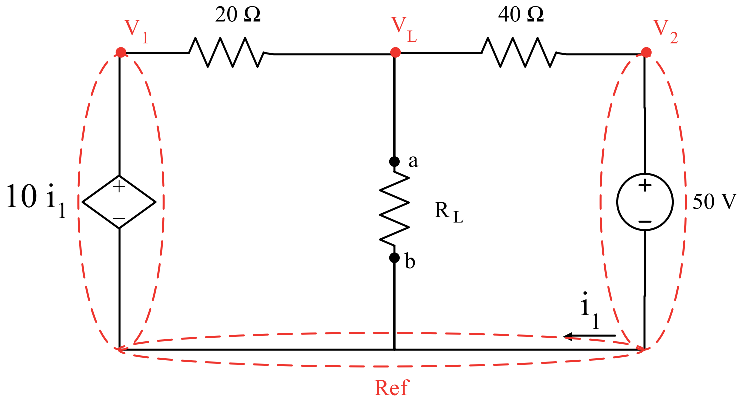


Figura 1.121

SUPERNODO

Se asume que los nodos 1 y 2 (los cuales forman el supernodo) son de mayor potencial que los demás nodos, tomando en cuenta que a las corrientes que salen del nodo, se les asigna el signo positivo y, a las corrientes que entran al nodo, se les asigna el signo negativo. Aplicando la LCK en el supernodo, se tiene:

$$\frac{V_1 - V_L}{20} + \frac{V_2 - V_L}{40} + \frac{0 - V_L}{R_L} = 0 \tag{1-117}$$

NODO V_L

Se asume que el nodo L es de mayor potencial que los demás nodos, tomando en cuenta que a las corrientes que salen del nodo, se les asigna el signo positivo y, a las corrientes que entran al nodo, se les asigna el signo negativo. Aplicando la LCK en el nodo, se tiene:

$$\frac{V_L - V_1}{20} + \frac{V_L}{R_L} + \frac{V_L - V_2}{40} = 0 \qquad (1\text{-}118)$$

$V_1 = 10\ i_1$

$V_2 = 50\ V$

En la resistencia de 40 Ω, se aplica la Ley de Ohm:

$V_L - V_2 = 40\ i_1$

$$i_1 = \frac{V_L - V_2}{40} = \frac{1}{40}(V_L - 50)$$

Se reemplaza en la ecuación (1-118):

$$\frac{1}{20}(V_L - 10\ i_1) + \frac{V_L}{R_L} + \frac{1}{40}(V_L - 50) = 0$$

$$\frac{1}{20}\left[V_L - \frac{10}{40}(V_L - 50)\right] + \frac{V_L}{R_L} + \frac{1}{40}(V_L - 50) = 0$$

$$\frac{V_L}{20} - \frac{1}{80}[V_L - 50] + \frac{V_L}{R_L} + \frac{V_L}{40} - \frac{50}{40} = 0$$

$$\frac{V_L}{20} - \frac{V_L}{80} + \frac{50}{80} + \frac{V_L}{R_L} + \frac{V_L}{40} - \frac{50}{40} = 0$$

$$\frac{V_L}{20} - \frac{V_L}{80} + \frac{V_L}{R_L} + \frac{V_L}{40} = \frac{5}{4} - \frac{5}{8}$$

$$V_L\left[\frac{4R_L - R_L + 80 + 2R_L}{80R_L}\right] = \frac{10-5}{8}$$

$$V_L\left[\frac{5R_L + 80}{80R_L}\right] = \frac{5}{8}$$

$$V_L = \frac{5}{8}\frac{80R_L}{(5R_L + 80)} = \frac{5}{8}\frac{80R_L}{[5(R_L + 16)]}$$

$$V_L = \frac{5}{8}\frac{16R_L}{(R_L + 16)} = \frac{10R_L}{R_L + 16}$$

$$V_L = 10\frac{R_L}{R_L + 16} \qquad (1\text{-}119)$$

Aplicando la Ley de Ohm en la carga:

$$V_L = i_L R_L$$

$$i_L = \frac{V_L}{R_L} = \frac{10R_L}{R_L(R_L + 16)} = \frac{10}{R_L + 16}$$

$$i_L = \frac{10}{R_L + 16} \qquad (1\text{-}120)$$

b) Utilizando las ecuaciones (1-119) y (1-120), calcular V_{TH} e I_N:

El voltaje $V_{OC} = V_{TH}$

$$V_{TH} = \lim_{R_L \to \infty} V_L$$

$$V_{TH} = \lim_{R_L \to \infty} \left(\frac{10R_L}{R_L + 16} \right)$$

Dividiendo cada término para R_L, tenemos:

$$V_{TH} = \lim_{R_L \to \infty} V_L \left(\frac{10}{1 + \frac{16}{R_L}} \right)$$

Aplicando límites:

$$V_{TH} = \frac{10}{1 + \frac{16}{\infty}} = \frac{10}{1 + 10} = 10$$

$V_{TH} = 10V$

La corriente $i_{SC} = I_N$

$$I_N = \lim_{R_L \to 0} \frac{10}{R_L + 16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} = 0.625$$

$I_N = 0.625$ A

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{10}{0.625} = 16\Omega$$

$$R_{TH} = 16\Omega$$

Problema 31: "Encuéntrese el circuito equivalente de Thévenin para la red mostrada en la figura 1.122" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 116).

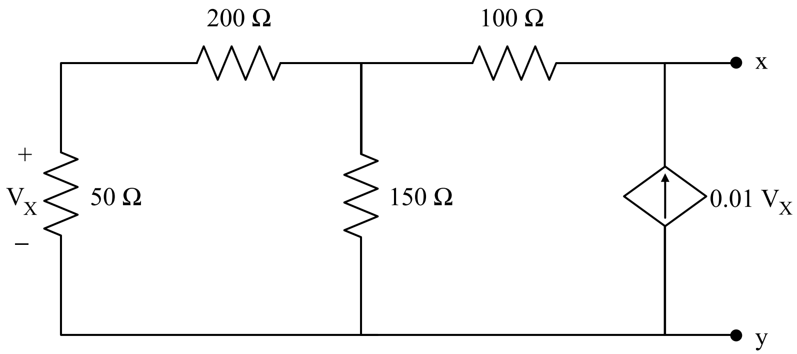


Figura 1.122

Solución:

El circuito de la figura 1.122 no tiene una fuente independiente; por tanto, el voltaje de Thévenin y la corriente de Norton son iguales a cero.

Para poder hallar la R_{TH}, se recurre a un artificio. Se aplica una fuente de 1 A entre los puntos x-y, se mide el voltaje de dichos puntos, luego se calcula la R_{TH} con la siguiente fórmula: $R_{TH} = \frac{V}{1}$. La figura 1.123 muestra el circuito equivalente y se utiliza el análisis de mallas para encontrar el valor de la resistencia de Thévenin. Las fuentes dependiente e independiente de corrientes se abren, quedando en el circuito una sola malla. A continuación se plantean las ecuaciones.

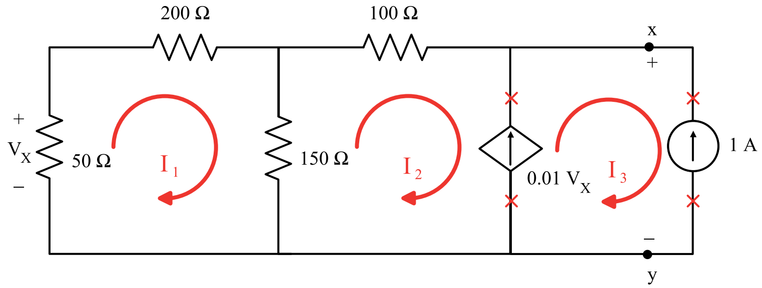


Figura 1.123

MALLA I

Se asume que la corriente de malla I_1 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_1, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$50\ I_1 + 200\ I_1 + 150\ (I_1 - I_2) = 0$$

$$50\ I_1 + 200\ I_1 + 150\ I_1 - 150\ I_2 = 0$$

$$400\ I_1 - 150\ I_2 = 0 \qquad (1\text{-}121)$$

En la fuente dependiente de corriente:

$$0.01\ V_X = I_3 - I_2$$

Aplicando la Ley de Ohm en la resistencia de 50 Ω:

$$V_X = -50\ I_1$$

Reemplazando:

$0.01\,(-50\,I_1) = I_3 - I_2$

$-0.5\,I_1 + I_2 - I_3 = 0$ (1-122)

En la fuente independiente de corriente de 1 A:

$I_3 = -1\text{ A}$ (1-123)

La ecuación (1-123) se reemplaza en la ecuación (1-122):

$-0.5\,I_1 + I_2 - (-1) = 0$

$-0.5\,I_1 + I_2 + 1 = 0$

$I_2 = 0.5\,I_1 - 1$ (1-124)

La ecuación (1-124) se reemplaza en la ecuación (1-121):

$400\,I_1 - 150\,(0.5\,I_1 - 1) = 0$

$400\,I_1 - 75\,I_1 + 150 = 0$

$325\,I_1 = -150$

$$I_1 = -\frac{150}{325} = -0.46154$$

$I_1 = -0.46154\text{ A}$ (1-125)

La ecuación (1-125) se reemplaza en la ecuación (1-124):

$I_2 = 0.5\,(-0.46154) - 1 = -0.23077 - 1 = -1.23077$

$I_2 = -1.23077$ A

LAZO

$50\,I_1 + 200\,I_1 + 100\,I_2 + V = 0$

$250\,I_1 + 100\,I_2 + V = 0$

$250\,(-0.46154) + 100\,(-1.23077) = -V$

$-115.385 - 123.077 = -V$

$V = 238.462$

$$R_{TH} = \frac{V}{1} = \frac{238.462}{1} = 238.462$$

$R_{TH} = 238.462\ \Omega$

El circuito equivalente de Thévenin es el que se encuentra en la figura 1.124.

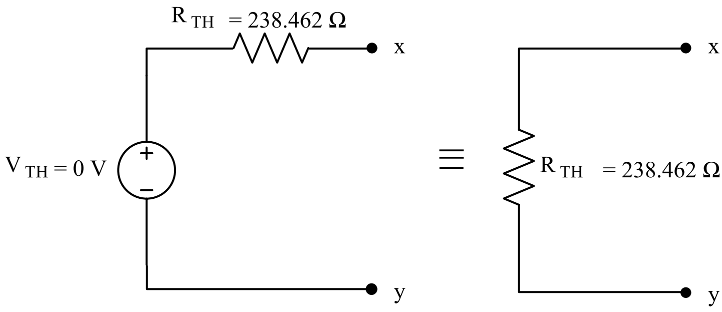


Figura 1.124

Problema 32: "Calcúlese el circuito equivalente de Thévenin, de la red mostrada en la figura 1.125" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 116).

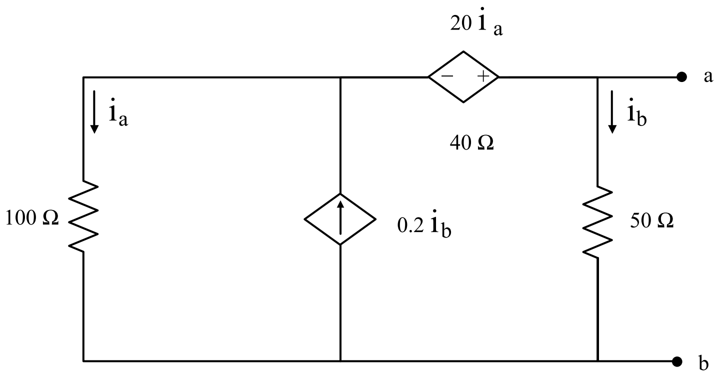


Figura 1.125

Solución:

El circuito de la figura 1.125 no tiene fuentes independientes, razón por la cual, el voltaje de Thévenin y la corriente de Norton son iguales a cero.

Para hallar la resistencia de Thévenin (R_{TH}) se hace un pequeño truco: se aplica una fuente de corriente de 1 A entre los puntos a y b, se mide el voltaje en dichos puntos; luego se calcula la resistencia de Thévenin con la siguiente fórmula: $R_{TH} = V/1$. La figura 1.126 muestra el circuito equivalente. Se utiliza el análisis de mallas para calcular el valor de la resistencia de Thévenin. Las dos fuentes de corriente se abren y se forma una supermalla. A continuación, se plantean las ecuaciones de mallas.

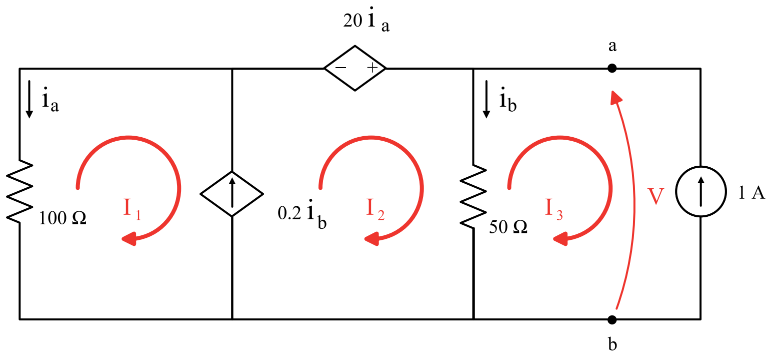


Figura 1.126

SUPEMALLA

La supermalla está formada por las mallas 1 y 2, se assume que la corriente de malla I_1 e I_2 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_1 e I_2, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación, se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y en cada elemento.

$$100\ I_1 - 20\ ia + 50\ (I_2 - I_3) = 0$$

$$ia = -I_1$$

Se reemplaza:

$$100\ I_1 - 20\ (-I_1) + 50\ I_2 - 50\ I_3 = 0$$

$$100\ I_1 + 20\ I_1 + 50\ I_2 - 50\ I_3 = 0$$

$$120\ I_1 + 50\ I_2 - 50\ I_3 = 0 \qquad (1\text{-}126)$$

En la fuente dependiente de corriente:

$0.2\ ib = I_2 - I_1$

$ib = I_2 - I_3$

Se reemplaza:

$0.2\ (I_2 - I_3) = I_2 - I_1$

$0.2\ I_2 - 0.2\ I_3 - I_2 + I_1 = 0$

$I_1 - 0.8\ I_2 - 0.2\ I_3 = 0$ (1-127)

En la fuente independiente de corriente:

$I_3 = -1\ A$ (1-128)

La ecuación (1-128) se reemplaza en la ecuación (1-127):

$I_1 - 0.8\ I_2 - 0.2\ (-1) = 0$

$I_1 - 0.8\ I_2 + 0.2 = 0$

$I_1 = 0.8\ I_2 - 0.2$ (1-129)

La ecuación (1-128) y la ecuación (1-129) se reemplazan en la ecuación (1-126):

$120\ (0.8\ I_2 - 0.2) + 50\ I_2 - 50\ (-1) = 0$

$96\ I_2 - 24 + 50\ I_2 + 50 = 0$

$146\ I_2 + 26 = 0$

$$I_2 = -\frac{26}{146} = -0.17808$$

$I_2 = -0.17808$ A

$ib = I_2 - I_3 = -0.17808 - (-1) = 0.82192$

$ib = 0.82192$ A

$V = 50\ ib$

$V = 50\ (0.82192) = 41.096$

$V = 41.096$ Volt.

$$R_{TH} = \frac{V}{1} = \frac{41.096}{1} = 41.096$$

$R_{TH} = 41.1\ \Omega$

El circuito equivalente de Thévenin se muestra en la figura 1.127.

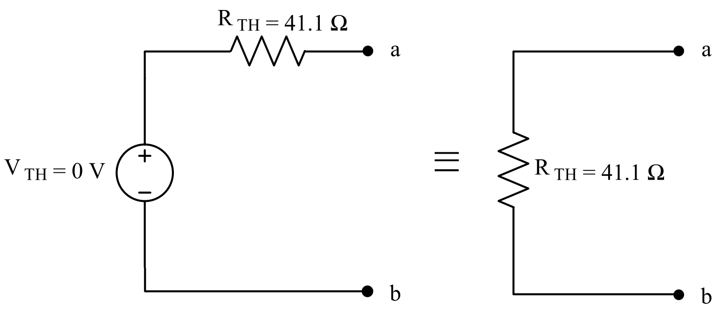


Figura 1.127

Problema 33: "El seguidor de voltaje mostrado en la figura 1.128 se modifica insertando una resistencia finita entre R_i = 10 K Ω los terminales entre los cuales está definido V_i. Encuéntrese el nuevo equivalente de Thévenin" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 116).

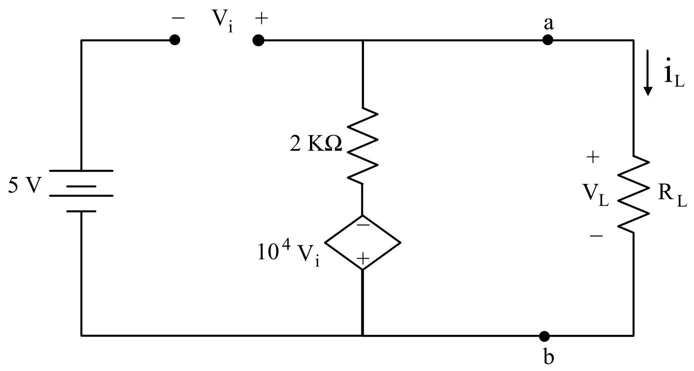


Figura 1.128

Solución:

Insertando la resistencia R_i = 10 K Ω y separando la red del lado izquierdo de los puntos a-b, se obtiene el nuevo circuito mostrado en la figura 1.129.

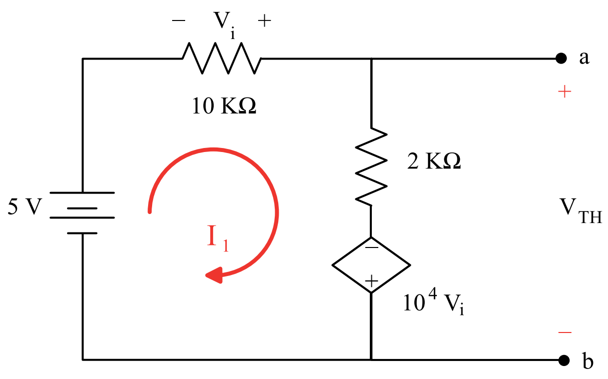


Figura 1.129

Se procede a calcular el voltaje de Thévenin entre los puntos a-b:

<u>MALLA I</u>

$-5 + 10\,000\ I_1 + 2000\ I_1 - 10^4\ Vi = 0$

Aplicando la Ley de Ohm en la resistencia de 10 KΩ:

$Vi = -10000\ I_1$

Reemplazando:

$-5 + 10\,000\ I_1 + 2000\ I_1 - 10^4\ (-10\,000\ I_1) = 0$

$-5 + 10\,000\ I_1 + 2000\ I_1 + 1 \times 10^8\ I_1 = 0$

$100\,012\,000\ I_1 = 5$

$$I_1 = \frac{5}{100012000} = 4.99940 \times 10^{-8}$$

$$I_1 = 4.99940 \times 10^{-8}\ A \qquad (1\text{-}130)$$

$Vi = -10\,000\ I_1 = -10\,000\ (4.9994 \times 10^{-8})$

$$Vi = -4.9994 \times 10^{-4}\ V \qquad (1\text{-}131)$$

<u>LAZO</u>

$10^4\ Vi - 2000\ I_1 + V_{TH} = 0$

$10^4\ (-4.9994 \times 10^{-4}) - 2000\ (4.99940 \times 10^{-8}) = -V_{TH}$

$-4.9994 - 9.9988 \times 10^{-5} = -V_{TH}$

$$-4.9995 = -V_{TH}$$

$$V_{TH} = 4.9995 \text{ V}$$

Para calcular la corriente de Norton (I_N), se cortocircuitan los terminales a-b y se asigna la corriente de Norton I_N dirigida de a hacia b, tal como se muestra en la figura 1.130. Se utiliza el análisis de mallas para resolver el problema. A continuación se plantean las ecuaciones de mallas.

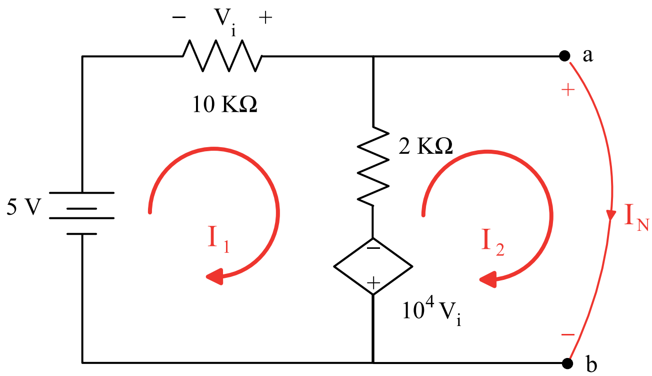


Figura 1.130

MALLA I

Se asume que la corriente de malla I_1 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_1, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-5 + 10\,000\, I_1 + 2000\,(I_1 - I_2) - 10^4\, V_i = 0$$

Se aplica la Ley de Ohm en la Rrsistencia de 10 KΩ,:

$V_i = -10000\ I_1$

Reemplazando:

$-5 + 10\ 000\ I_1 + 2000\ I_1 - 2000\ I_2 - 10^4\ (-10\ 000\ I_1) = 0$

$-5 + 10\ 000\ I_1 + 2000\ I_1 - 2000\ I_2 + 1 \times 10^8\ I_1 = 0$

$-5 + 100\ 012\ 000\ I_1 - 2000\ I_2 = 0$

$$100\ 012\ 000\ I_1 - 2000\ I_2 = 5 \qquad (1\text{-}132)$$

<u>MALLA II</u>

Se asume que la corriente de malla I_2 polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_2, se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$10^4\ V_i + 2000\ (I_2 - I_1) = 0$

$10^4\ (-10\ 000\ I_1) + 2000\ I_2 - 2000\ I_1 = 0$

$-1 \times 10^8\ I_1 + 2000\ I_2 - 2000\ I_1 = 0$

$-100\ 002\ 000\ I_1 + 2000\ I_2 = 0$

$$I_1 = \frac{2000}{100\ 002\ 000}\ I_2 = 1.999960001 \times 10^{-5}\ I_2$$

$$I_1 = 1.999960001 \times 10^{-5}\ I_2 \qquad (1\text{-}133)$$

La ecuación (1-133) se reemplaza en la ecuación (1-132):

$$100\,012\,000\,(1.999960001 \times 10^{-5}\, I_2) - 2000\, I_2 = 5$$

$$2000.199996\, I_2 - 2000\, I_2 = 5$$

$$I_2 = \frac{5}{0.199996} = 25.0005$$

$$I_2 = 25 \text{ A}$$

$$I_N = I_2 = 25 \text{ A}$$

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$R_{TH} = 0.2 \ \Omega$$

El circuito equivalente de Thévenin se muestra en la figura 1.131.

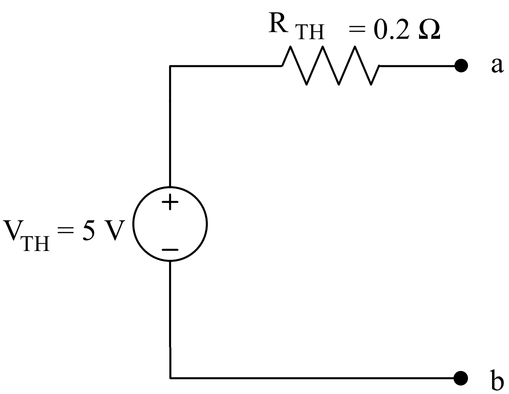


Figura 1.131

CAPÍTULO 2
FASORES

Problemas resueltos

Problema 1: "Exprésese en forma polar: a) $5\angle 27^\circ - 3\ \angle 112^\circ$; b) $4\angle 30^\circ\ (1+ 2\angle{-70^\circ})$; c) $(-4 + j5)\ \ (1 + j\,0.4)$. Exprésese en forma rectangular: d) $(2\ \angle 30^\circ + 1\ \angle 60^\circ)^2$; e) $8e^{\,j\,0.5}$" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 273).

Solución:

a) $$5\angle 27^\circ - 3\angle 112^\circ = 4.455 + j\,2.270 - (-1.124 + j\,2.782)$$

$$= 4.455 + j\,2.270 + 1.124 - j\,2.782$$

$$= 5.579 - j\,0.512 = 5.602\ \angle{-5.24^\circ}$$

$$= 5.60\ \angle{-5.24^\circ}$$

b) $$4\angle 30^\circ\ \big/ (1+ 2\angle{-70^\circ}) = 4\,\angle 30^\circ\ \big/ (1+ 0.\,684 - j\,1.879)$$

$$= 4\angle 30^\circ\ \big/ (1.684 - j\,1.879)$$

$$= 4\angle 30^\circ\ \big/ 2.523\angle{-\,48.133^\circ}$$

$$= \frac{4}{2.523}\angle(30 + 48.133)^\circ = 1.584\ \angle 78.133^\circ$$

$$= 1.585\angle 78.13^\circ$$

c) $$(-4 + j5)\ \big/ (1 + j\,0.4) = 6.403\ \angle 128.66^\circ\ \big/ 1.077\angle 21.80^\circ$$

$$= \frac{6.403}{1.077}\angle(128.66 - 21.80)^\circ = 5.945\angle 106.86^\circ$$

$$= 5.945\angle 106.86^\circ$$

d) $(2\angle 30^\circ + 1\angle 60^\circ)^2 = (1.732 + j\,1 + 0.5 + j\,0.866)^2$

$$= (2.232 + j\,1.866)^2$$

$$= 4.982 + j\,8.330 - 3.482$$

$$= 1.50 + j\,8.33$$

e) $8e^{\,j0.5} = 8e^{\,j(0.5)}$

$$0.5 \text{ rad} = (0.5)(180^\circ/\pi) = 28.65^\circ$$

$$= 8e^{\,j28.65^\circ}$$

$$= 8\angle 28.65^\circ = 7.020 + j\,3.8356$$

$$= 7.02 + j\,3.84$$

Problema 2: "En la figura 2.1, sea i (t), la corriente compleja $0.8e^{\,j20t}$ A, y V_S (t) el voltaje de fuente $(30 - j\,40)\,e^{\,j\,20\,t}$ V. Calcúlese el voltaje de entrada compleja V entrada (t)" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 273).

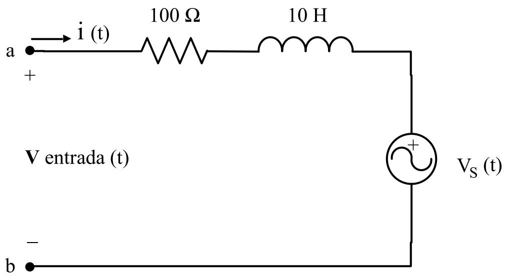


Figura 2.1

Solución:

De los datos del problema:

$i\,(t) = 0.8\, e^{j\,20t}\ A$

$V_S\,(t) = (30 - j\,40)\ e^{j\,20t}\ V$

Se convierte a notación polar:

$\mathbf{I} = 0.8\angle 0°$

$\mathbf{V} = (30 - j\,40)\ e^{j\,20t} = 50\angle{-53.13°}$

$jX_L = jwL = j\,(20)(10) = j\,200\,\Omega$

En la figura 2.2, se muestra el circuito en función de la frecuencia, es decir, en formato fasorial:

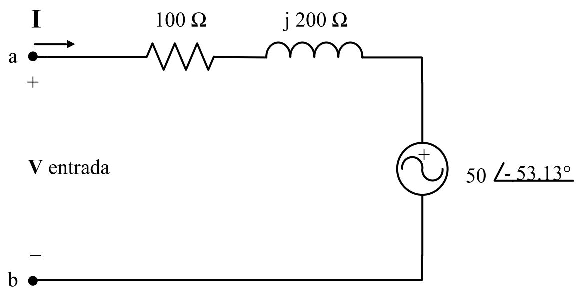


Figura 2.2

LAZO

Se asume que la corriente **I** polariza de más (+) a menos (–) en cada uno de los elementos pasivos. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-\mathbf{V}\text{entrada} + 100\,\mathbf{I} + j200\,\mathbf{I} + 50\angle{-53.13^\circ} = 0$$

$$\mathbf{V}\text{entrada} = (100 + j200)\,\mathbf{I} + 50\angle{-53.13^\circ}$$

$$= (223.61\angle 63.43^\circ)\,(0.8\angle 0^\circ) + 50\angle{-53.13^\circ}$$

$$= 178.89\angle 63.43^\circ + 50\angle{-53.13^\circ}$$

$$= 80.02 + j\,159.997 + 30.00 - j\,39.999$$

$$= 110.02 + j\,119.998$$

$$= 162.80\angle 47.48^\circ$$

$$= 162.8\ e^{j\,(20t\ +\ 47.5^\circ)}$$

Problema 3: "En una red lineal, similar a la de la figura 2.3, una fuente de voltaje senoidal $V_s = 40 \cos 1000t$ V, produce una corriente $i_0 = 2.5 \cos (1000\,t - 24^\circ)$ A. Calcúlese i_0 (t) si V_S =; a) 20 sen 1000t V; b) 20 cos (1000t – 40°) V; c) 20 $e^{j\,27^\circ}$ $ej^{\ 1000t}$ V" (Hayt Jr.y Kemmerly, 1988, p. 273).

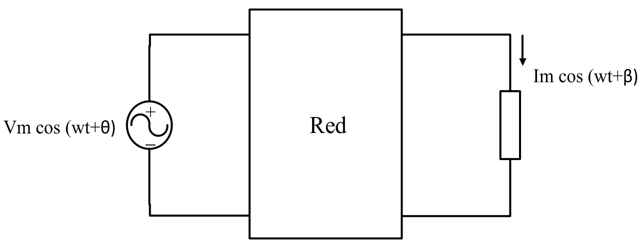


Figura 2.3

Solución:

En corriente alterna se conoce que:

$$\mathbf{I} = \frac{Vm}{\sqrt{R^2 + w^2L^2}} = e^{j(wt+\beta)}$$

$$Im = \frac{Vm}{\sqrt{R^2 + w^2L^2}}$$

$$\beta = Tan^{-1}\frac{wL}{R}$$

$$i\ (t) = Im\ Cos\ (wt + \beta)$$

De los datos del problema:

$Vm = 40$, $w = 1000$, $Im = 2.5$, $\beta = 24°$, $\theta = 0°$

$V_S = 40\ Cos\ 1000t\ V$

$i_0 = 2.5\ Cos\ (1000t - 24°)\ A$

$$\beta = Tan^{-1}\frac{wL}{R}$$

$$Tan\ \beta = \frac{wL}{R}$$

$$R = \frac{wL}{Tan\beta} = \frac{1000L}{Tan\ 24^0} = 2246.037\ L$$

$$Im = \frac{Vm}{\sqrt{R^2 + w^2L^2}}$$

$$(2.5)^2 = \left(\frac{40}{\sqrt{(2246.037\ L)^2 + (1000)^2 L^2}}\right)^2$$

$$(2246.037\,L)^2 + (1000)^2 L^2 = \frac{(40)^2}{(2.5)^2}$$

$$L^2\left[(2246.037)^2 + (1000)^2\right] = \frac{(40)^2}{(2.5)^2}$$

$$L = \sqrt{\frac{(40)^2}{(2.5)^2\left[(2246.037)^2 + (1000)^2\right]}} = 6.5078x10^{-3}\,H$$

$$R = 2246.037\;L = (2246.037)(6.5078\,x\,10^{-3}) = 14.62\,\Omega$$

La red lineal equivalente, se encuentra en el circuito de la figura 2.4.

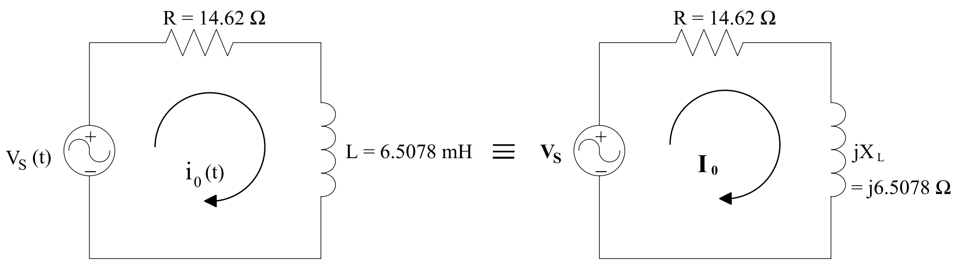


Figura 2.4

$jX_L = jwL = j\,(1000)\,(6.5078 \text{ x } 10^{-3}) = j\,6.5078\,\Omega$

$jX_L = j\,6.51\,\Omega$

a) $V_S(t) = 20 \text{ Sen } 1000t \text{ V}$

$V_S(t) = 20 \text{ Cos } (1000t - 90°) \text{ V}$

$\mathbf{V_S} = 20\angle{-90°}$

$$\mathbf{I}_0 = \frac{\mathbf{V}s}{R + jX_L} = \frac{20\angle -90°}{14.62 + j6.51} = \frac{20\angle -90°}{16.004\angle 24°} = 1.2497\angle -114°$$

$\mathbf{I}_o = 1.25\angle 114°$

$i_o(t) = 1.25 \text{ Cos } (1000t - 114°) \text{ A}$

b) $V_S(t) = 20 \cos (1000t - 40°) \text{ V}$

$\mathbf{V}_S = 20\angle -40°$

$$\mathbf{I}_0 = \frac{\mathbf{V}s}{R + jX_L} = \frac{20\angle -40°}{14.62 + j6.51} = \frac{20\angle -40°}{16.004\angle 24°} = 1.25\angle -64°$$

$i_o(t) = 1.25 \text{ Cos } (1000t - 64°) \text{ A}$

c) $V_S(t) = 20\ e^{j\,27\,°}\ e^{j\,1000t}\ \text{V}$

$= 20\ e^{j\,(1000\,t\ +\ 27\,°)}$

$\mathbf{V}_S = 20\angle 27°$

$$\mathbf{I}_0 = \frac{\mathbf{V}s}{R + jX_L} = \frac{20\angle 27°}{14.62 + j6.51} = \frac{20\angle 27°}{16.004\angle 24°} = 1.25\angle 3°$$

$i_o(t) = 1.25\ e^{j\,1000t\,+\,3°)}\ \text{A}$

$i_o(t) = 1.25 \text{ Cos } (1000t + 3^o) \text{ A}$

Problema 4: "Sea $i_s(t) = j\,2\,e^{j\,50t}$ A y $V(t) = 240\,e^{j\,50t}$ V en la red de la figura 2.5. Hállese $i_{entrada}(t)$" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 273).

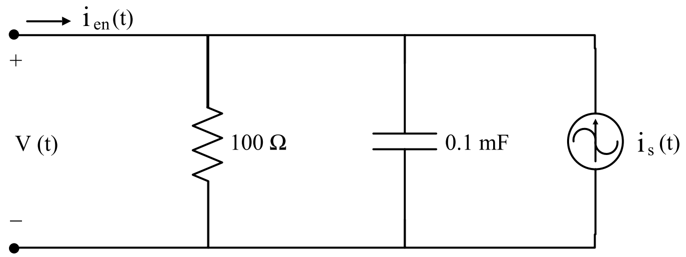


Figura 2.5

Solución:

El circuito de la figura 2.5 se convierte a un circuito fasorial. De los datos del problema, se convierte a fasores:

$$i\ (t) = j\ 2\ e^{j\ 50t}\ A = (2\angle 90°)\ e^{j\ 50t} = 2\ e^{j\ 90°}\ e^{j\ 50\ t}$$

$$i_S\ (t) = 2\ e^{j\ (50\ t\ +\ 90°)}$$

$$\mathbf{I}_S = 2\ \angle 90°$$

$$V(t) = 240\ e^{j\ 50\ t}$$

$$\mathbf{V} = 240\ \angle 0°$$

$$Xc = \frac{1}{w\,C} = \frac{1}{(50)(0.1x10^{-3})} = 200$$

$$-jX_C = -j\ 200\,\Omega$$

El circuito de la figura 2.6 se representa en función de la frecuencia (formato fasorial) con su respectivo circuito equivalente.

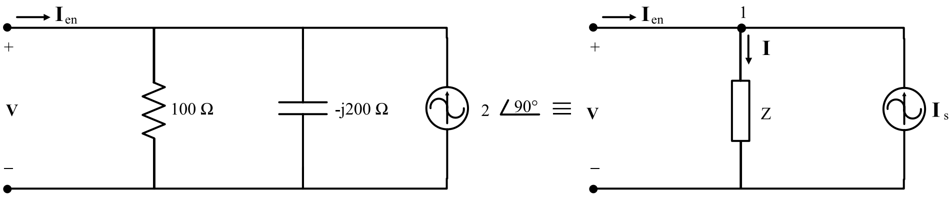


Figura 2.6

$$\mathbf{Z} = \frac{(100)(\text{-}j200)}{100 - j200} = \frac{-j20000}{100 - j200} = \frac{20000\angle -90^\circ}{223.61\angle -63.43^\circ}$$

$$\mathbf{Z} = 89.441\angle -26.57^\circ$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{I}\,\mathbf{Z}$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \frac{240\angle 0^\circ}{89.441\angle -26.57^\circ} = 2.683\angle 26.57^\circ$$

<u>NODO 1</u>

Se asume que las corrientes que entran al nodo son positivas y las corrientes que salen del nodo son negativas. En el nodo, se aplica la Ley de Corrientes de Kirchhoff (LCK).

$$\mathbf{I}\text{en} + \mathbf{I}_S - \mathbf{I} = 0$$

$$\mathbf{I}\text{en} = \mathbf{I} - \mathbf{I}_S = 2.683\angle 26.57^\circ - (2\angle 90^\circ)$$

$$\mathbf{I}\text{en} = 2.4 + j1.2 - j\,2 = 2.4 - j\,0.8 = 2.529\angle -18.43^\circ$$

$$i_{entrada}(t) = 2.529\ \text{Cos}\ (50\ t - 18.43^\circ)\ \text{A}$$

$$i_{entrada}(t) = 2.529\ e^{j(50\ t - 18.43^\circ)}\ \text{A}$$

Problema 5: "Exprese como un fasor: a) $v(t) = 165 \text{ Cos } (120\,\pi\, t + 30°)$ V; b) $i(t) = 2 \text{ Cos } 10^6 t + 3 \text{ sen } 10^6 t$ mA. Hállese el valor instantáneo en t = 1 ms de: c) $V = 40 - j\,70$ V, w = 400 rad/s; d) $I = -8.1 - j\,2.4$ A, f = 60Hz" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 273).

Solución:

a) $v(t) = 165 \text{ Cos } (120\pi\, t + 30°) \text{ V}$

$\mathbf{V} = 165\angle 30° \text{ V}$

b) $i\,(t) = 2 \text{ Cos } 10^6\, t + 3 \text{ Sen } 10^6\, t \text{ mA}$

$i\,(t) = 2 \text{ Cos } 10^6\, t + 3 \text{ Cos } (10^6\, t - 90°) \text{ mA}$

$\mathbf{I} = 2\angle 0° + 3\angle{-90°} = 2 - j3 = 3.61\angle{-56.31°}$

$\mathbf{I} = 3.61\angle{-56.31°} \text{ mA}$

c) $\mathbf{V} = 40 - j\,70 \text{ V}$

$\mathbf{V} = 80.62\angle{-60.25°}$

$v\,(t) = 80.62 \text{ Cos } (400t - 60.25°)$

$t = 1\text{ms} = 1 \times 10^{-3} \text{ s}$

$$v\,(t = 1\text{ms}) = 80.62 \text{ Cos } (400 \times 10^{-3} \times \frac{180^0}{\pi} - 60.25°)$$

$v\,(t = 1\text{ms}) = 80.62 \text{ Cos } (22.92° - 60.25°) = 80.62 \text{ Cos } (-37.33°)$

$v\,(t = 1\text{m s}) = 64.105 \text{ V}$

d) $\mathbf{I} = -8.1 - j\,2.4 \text{ A}$

$\mathbf{I} = 8.45\angle{-163.50°}$

$i(t) = 8.45 \text{ Cos } (w\,t - 163.50°)$

$w = 2\pi f = 2\pi 60 = 120\pi \text{ rad/s}$

$i(t) = 8.45 \text{ Cos } (120\pi t - 163.50°)$

$$i(t = 1ms) = 8.45 \text{ Cos } \left(120\pi (1 \times 10^{-3}) \frac{180^0}{\pi} - 163.50°\right)$$

$i(t = 1ms) = 8.45 \text{ Cos } (21.6° - 163.50°) = 8.45 \text{ Cos } (-141.9°)$

$i(t = 1ms) = -6.65 \text{ A}$

Problema 6: "Si $\mathbf{I} = 10\angle{-130°}$ A, calcúlese i en t = 1ms si w = : a) 1200 rad/s b) 600 rad/s c) Sean $i_1 = 5 \text{ Cos } (100t + 50°)$, $i_2 = 4 \text{ Cos } 100t$, e $i_3 = 3 \text{ Sen } (100t + 70°)$ A, e $i_x = i_1 + i_2 + i_3$. Expresando i_1, i_2 e i_3 como fasores, hállese $\mathbf{I}_X$ e $i_X(t)$" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 273).

Solución:

a) $\mathbf{I} = 10\angle{-130°}$ A

$i(t) = 10 \text{ Cos } (1200t - 130°)$

$$i(t = 1ms) = 10 \text{ Cos } \left[1200(1 \times 10^{-3}) \frac{180^0}{\pi} - 130°\right]$$

$i(t = 1ms) = 10 \text{ Cos } (68.75° - 130°) = 10 \text{ Cos } (-61.25°)$

$i(t = 1ms) = 4.81 \text{ A}$

b) $i(t) = 10 \text{ Cos } (600\,t - 130°)$

$$i(t = 1ms) = 10 \text{ Cos } \left[600\,(1 \times 10^{-3})\,) \frac{180^0}{\pi} - 130°\right] = 10 \text{ Cos } (34.38° - 130°)$$

$i(t = 1ms) = 10 \text{ Cos } (-95.62°) = -0.9793 \text{ A}$

$i(t = 1ms) = -0.98 \text{ A}$

c) $i_1(t) = 5 \text{ Cos } (100\, t + 50°)$ A

$i_2\,(t) = 4 \text{ Cos } 100\, t$ A

$i_1\,(t) = 3 \text{ Sen } (100\, t + 70°) = 3 \text{ Cos } (100\, t + 70° - 90°)$

$i_1\,(t) = 3 \text{ Cos } (100\, t - 20°)$

$\mathbf{I}_1 = 5\angle 50°, \quad \mathbf{I}_2 = 4\angle 0°, \quad \mathbf{I}_3 = 3\angle{-20°}$

$\mathbf{I}\text{x} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 = 5\angle 50° + 4\angle 0° + 3\angle{-20°}$

$\mathbf{I}\text{x} = 3.214 + j\,3.830 + 4 + 2.819 - j\,1.026$

$\mathbf{I}\text{x} = 10.033 + j\,2.804 = 10.42\,\angle 15.61°$

$\mathbf{I}\text{x} = 10.42\,\angle 15.61°$ A

$i\text{x}(t) = 10.42 \cos (100\, t + 15.61°)$ A

Problema 7: "Si w = 200 rad/s, encuéntrese el valor instantáneo en t = 1ms de: a) $\mathbf{I} = 2\angle 70°$ A; b) $\mathbf{I} = 4 - j$ A. Hállese el voltaje fasorial correspondiente a: c) $v(t) = 6 \text{ Sen } (500\, t - 50°)$ V; d) $v(t) = -3 \text{ Cos } 50\, t + 50\, t$ V; e) $8 \text{ Cos } (100\, t - 100°) - 6 \text{ Cos } (100\, t - 40°)$ V" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 273).

a) $\mathbf{I} = 2\angle 70°$A

$i(t) = 2 \text{ Cos } (200\, t + 70°)$

$$i(t = 1\text{ms}) = 2 \text{ Cos } \left[200\,(1 \times 10^{-3})\,\frac{180^0}{\pi} + 70°\right]$$

$i(t = 1\text{ms}) = 2 \text{ Cos } (11.46° + 70°) = 2 \text{ Cos } (81.46°) = 0.297$ A

$i(t = 1ms) = 0.30$ A

b) $\mathbf{I} = 4 - j\,1$ A

$\mathbf{I} = 4.123\angle{-14.04^\circ}$

$i(t) = 4.123\ \text{Cos}\ (200\ t - 14.04^\circ)$

$$i(\ t = 1ms) = 4.123\ \text{Cos}\ [200\ (1\ \text{x}10^{-3})\ \frac{180^0}{\pi} - 14.04^\circ]$$

$i(t = 1ms) = 4.123\ \text{Cos}\ (11.46^\circ - 14.04^\circ) = 4.123\ \text{Cos}\ (-2.58^\circ)$

$i(t = 1ms) = 4.12$ A

c) $v(t) = 6\ \text{Sen}\ (500\ t - 50^\circ)$ V

$v(t) = 6\ \text{Cos}\ (500\ t - 50^\circ - 90^\circ) = 6\ \text{Cos}\ (500\ t - 140^\circ)$
$\mathbf{V} = 6\ \angle{-140^\circ}$

d) $v(t) = -\ 3\ \text{Cos}\ 50t + 6\ \text{Sen}\ 50t$ V

$v(t) = -\ 3\ \text{Cos}\ 50t + 6\ \text{Cos}\ (50\ t - 90^\circ)$

$v(t) =\ 3\ \text{Cos}\ (50\ t + 180^\circ) + 6\ \text{Cos}\ (50\ t - 90^\circ)$

$\mathbf{V} = 3\angle 180^\circ + 6\angle{-90^\circ} = -\ 3 + j\ 0 + (0 - j\ 6)$

$\mathbf{V} = -\ 3 - j6 = 6.71\angle{-116.56^\circ}$ V

$\mathbf{V} = 6.71\angle{-116.56^\circ}$ V

e) $v\ (t) = 8\ \text{Cos}\ (100\ t - 100^\circ) - 6\ \text{Cos}\ (100\ t - 40^\circ)$ V

$\mathbf{V} = 8\angle{-100^\circ} - 6\angle{-40^\circ}$

$\mathbf{V} = -\ 1.389 - j\ 7.878 - (4.596 - j\ 3.857)$

$\mathbf{V} = -1.389 - j\,7.878 - 4.596 + j\,3.857 = -5.985 - j\,4.021$

$\mathbf{V} = 7.210\angle{-146.10^\circ}$ V

Problema 8: "En la figura 2.7, sean $\mathbf{I}_1 = 6 + j1$ A, $\mathbf{I}_2 = 2 - j5$ A y w = 1Krad/s. En t = 2.5 ms, calcúlese el valor instantáneo de: a) V_A; b) i_A; c) la potencia absorbida por el elemento A" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 274).

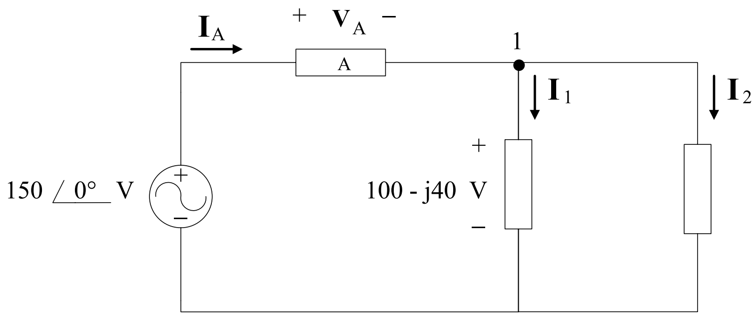


Figura 2.7

a) En el circuito de la figura 2.7

<u>LAZO</u>

Se aplica la LVK en el lazo izquierdo

$-150\angle 0^\circ + \mathbf{V}_A + (100 - j40) = 0$

$\mathbf{V}_A = 150\angle 0^\circ - (100 - j40) = 150 - 100 + j\,40$

$\mathbf{V}_A = 50 + j\,40 = 64.03\angle 38.66^\circ$

$V_A\,(t) = 64.03\ \text{Cos}\ (1000t + 38.66^\circ)$

$$V_A\,(t = 2.5\text{ ms}) = 64.03\ \text{Cos}\left[1000\left(2.5\text{x}10^{-3}\right)\frac{180^0}{\pi} + 38.66^0\right]$$

V_A (t = 2.5 ms) = 64.03 Cos $\left(143.24^0 + 38.66^0\right)$

V_A (t = 2.5 ms) = 64.03 Cos (181.9°) = – 63.995 V

V_A (t = 2.5 ms) = – 64.00 V

NODO 1

Se asume que las corrientes que entran al nodo son positivas y las corrientes que salen del nodo son negativas. En el nodo se aplica la Ley de Corrientes de Kirchhoff (LCK).

$\mathbf{I}_A - \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2 = 0$

$\mathbf{I}_A = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = 6 + j1 + 2 - j5 = 8 - j4 = 8.94\ \angle{-26.56°}$

i_A (t) = 8.94 Cos (1000t – 26.56°)

i_A (t = 2.5 ms) = 8.94 Cos$\left[1000\left(2.5x10^{-3}\right)\frac{180^0}{\pi} - 26.56^0\right]$

i_A (t = 2.5 ms) = 8.94 Cos (143.24° + – 26.56°)

i_A (t = 2.5 ms) = 8.94 Cos (116.68°) = – 4.014 A

i_A (t = 2.5 ms) = – 4.01 A

c) $P_A(t) = V_A(t)\ i_A(t)$

P_A (t = 2.5 ms) = $\left[V_A\left(t = 2.5ms\right)\right]\left[i_A\left(t = 2.5ms\right)\right]$

= (– 64.0) (– 4.01) = 256.64 W

P_A (t = 2.5 ms) = 257 W

Problema 9: "Un resistor R, un inductor L y una fuente ideal, V_S = 100 Cos wt V están en serie. Si: w = 200 rad/s, la corriente fasorial es 5 – j2 A. ¿Cuál será la corriente fasorial sí w = 400 rad/s?" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 274).

Solución:

La figura 2.8 muestra el circuito en función de la frecuencia.

$jX_L = jwL = j\,200\,L$

$V_S\,(t) = 100\text{ Cos } wt = 100\text{ Cos }(200t)$

$\mathbf{V}_S = 100\angle 0°$

$\mathbf{I} = 5 - j2 = 5.385\angle{-21.8°}$

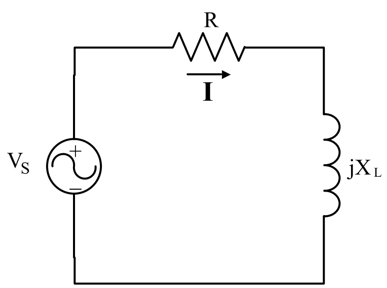


Figura 2.8

$-\mathbf{V}_S + R\mathbf{I} + j\,200\,L\mathbf{I} = 0$

$-\mathbf{V}_S + \mathbf{I}\,(R + j\,200\,L) = 0$

$\mathbf{V}_S = \mathbf{I}\,(R + j\,200\,L)$

$$\frac{\mathbf{V}_S}{\mathbf{I}} = R + j200\,L$$

$$R + j200\,L = \frac{100\angle 0^\circ}{5.385\angle -21.8^\circ} = 18.57\angle 21.8^\circ$$

$$R + j200L = 18.57\angle 21.8 = 17.242 + j\,6.896$$

$$R + j200L = 17.242 + j\,6.896$$

Donde, igualando partes reales:

$$R = 17.242\ \Omega$$

E igualando partes imaginarias:

$$200\,L = 6.896$$

$$L = \frac{6.896}{200} = 0.03448\quad H$$

$$L = 34.48\ mH.$$

Si w = 400 rad/s, se tiene:

$$\mathbf{I} = \frac{V_S}{R + j400L} = \frac{100\angle 0^\circ}{17.242 + j(400)(34.48x10^{-3})}$$

$$\mathbf{I} = \frac{100\angle 0^\circ}{17.242 + j13.792} = \frac{100\angle 0^\circ}{22.08\angle 38.66^\circ} = 4.53\angle -38.66^\circ$$

$$\mathbf{I} = 4.53\ \angle -38.66^\circ = 3.54 - j\,2.83\ A$$

Problema 10: "Si w = 500 rad/s, en la red de la figura 2.9, hállase el voltaje fasorial **V**" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 274).

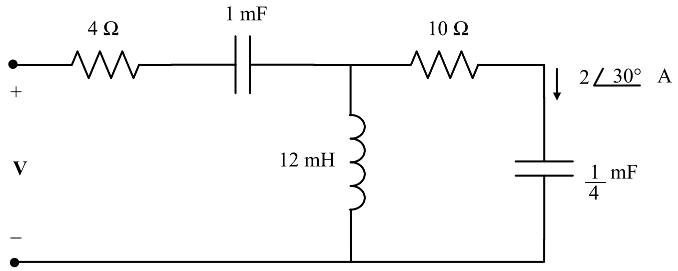


Figura 2.9

Solución:

Se transforma los elementos del circuito de la figura 2.9 a fasores:

$$-jX_{c1} = -j\frac{1}{wC_1} = -j\frac{1}{(500)(1x10^{-3})} = -j\,2\,\Omega$$

$$-jX_{c2} = -j\frac{1}{wC_2} = -j\frac{1}{(500)(0.25x10^{-3})} = -j\,8\,\Omega$$

$$jX_{L1} = -jwL_1 = j\,(500)\,(12x\,10^{-3}) = j\,6\,\Omega$$

La figura 2.10 (a) muestra el circuito en función de la frecuencia.

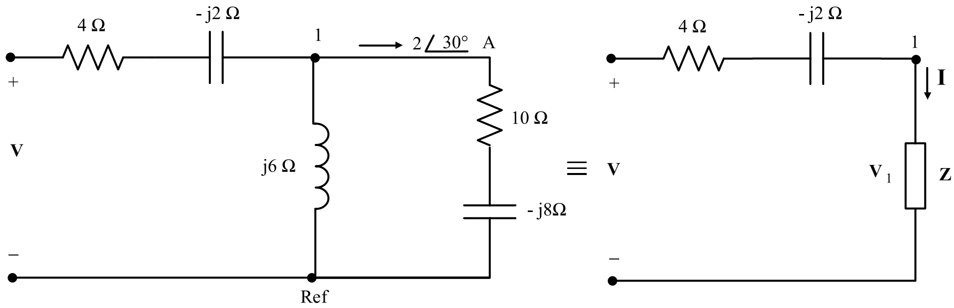


Figura 2.10

$\mathbf{V}_1 = (2\angle 30°)\ (10 - j\ 8) = (2\angle 30°)\ (12.81\angle{-38.66°})$

$\mathbf{V}_1 = 25.62\angle{-8.66°}\ V$

En la figura 2.10 (b) se muestra el circuito equivalente:

$$\mathbf{Z} = \frac{(j\ 6)(10 - j\ 8)}{j\ 6 + 10 - j\ 8} = \frac{j\ 60 - (-48)}{10 - j\ 2} = \frac{48 +\ j\ 60}{10 - j\ 2} = \frac{76.84\angle 51.34°}{10.20\angle -11.31°}$$

$\mathbf{Z} = 7.53\angle 62.65°\ \Omega$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}} = \frac{25.62\angle -8.66°}{7.53\angle 62.65°} = 3.40\angle -71.31°$$

<u>LAZO</u>

En el lazo se aplica la LVK:

$-\mathbf{V} + (4 - \ j2)\ \mathbf{I} + \mathbf{V}_1 = 0$

$\mathbf{V} = (4 - j2)\ (3.4\angle{-71.31°}) + 25.62\angle{-\ 8.66°}$

$\mathbf{V} = (4\ .47\angle{-26.56°})\ (3.4\angle{-71.31°}) + 25.62\angle{-8.66°}$

$\mathbf{V} = 15.20\angle{-\ 97.87°} + 25.62\angle{-8.66°}$

$\mathbf{V} = -\ 2.08 - j\ 15.06 + 25.33 - j\ 3.86$

$\mathbf{V} = 23.25 - j\ 18.92 = 29.98\angle{-39.14°}$

$\mathbf{V} = 29.98\angle{-39.14}\ V$

Problema 11: "Calcúlese v_1 (t), v_2 (t) y v_3 (t) en el circuito de la figura 2.11 (a) sí w = 5 Krad/s" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 274).

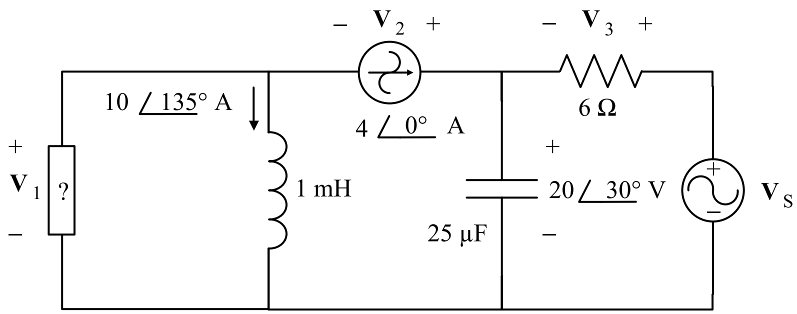


Figura 2.11 (a)

Solución:

Se transforma los elementos del circuito de la figura 2.11 (a) a fasores:

$$jX_L = jwL = j\,(5000)\,(1x10^{-3}) = j5\ \Omega$$

$$-jX_C = j\frac{1}{WC} = -j\frac{1}{(5000)(25x10^{-6})} = -j8\Omega$$

La figura 2.11 (b), muestra el circuito en función de la frecuencia y se calculan los voltajes fasoriales **V** y $\mathbf{V}_1$:

$$\mathbf{V} = (10\angle 135^{\circ})\,(j5) = (10\angle 135^{\circ})\,(5\angle 90^{\circ}) = 50\angle 225^{\circ}$$

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V} = 50\angle 225^{\circ}$$

$$v_1\,(t) = 50\ \mathrm{Cos}\ (5000t + 225^{\circ})\ \mathrm{V}$$

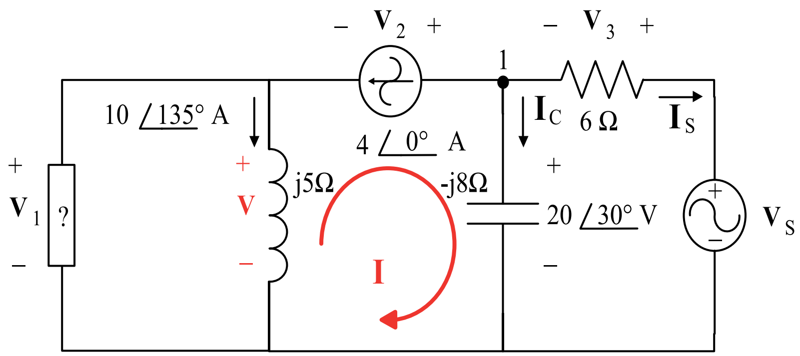


Figura 2.11 (b)

LAZO I

Se aplica la Ley de voltajes de Kirchhoff

$- V - V_2 + 20\angle 30^{\circ} = 0$

$V_2 = - V + 20\angle 30^{\circ} = - 50\angle 225^{\circ} + 20\angle 30^{\circ}$

$V_2 = 50\angle(225{+}180)^{\circ} + 20\angle 30^{\circ} = 50\angle 405^{\circ} + 20\angle 30^{\circ}$

$V_2 = 35.36 + j\,35.36 + 17.32$ `$j\,10 = 52.68 + j\,45.36$

$V_2 = 69.52\angle 40.73^{\circ}$

$v_2(t) = 69.52 \text{ Cos } (5000t + 40.73^{\circ})$ V

$$Ic = \frac{20\angle 30^{\circ}}{-j\,8} = \frac{20\angle 30^{\circ}}{8\angle -90^{\circ}} = 2.5\angle 120^{\circ}\text{ A}$$

NODO 1

Se asume que las corrientes que entran al nodo son positivas y las corrientes que salen del nodo son negativas. En el nodo se aplica la Ley de Corrientes de Kirchhoff (LCK).

$$-4\angle 0^\circ - \mathbf{I}_C - \mathbf{I}_S = 0$$

$$\mathbf{I}_S = -4\angle 0^\circ - \mathbf{I}_C = -4\angle 0^\circ - 2.5\angle 120^\circ$$

$$\mathbf{I}_S = -4 - (-1.25 + j\,2.17) = -4 + 1.25 - j\,2.17 = -2.75 - j\,2.17$$

$$\mathbf{I}_S = 3.50\angle -141.72^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{V}_3 = (-\mathbf{I}_S)\,(6) = (-3.50\angle -141.72^\circ)\,(6) = 21\angle(-141.72+180)^\circ$$

$$\mathbf{V}_3 = 21\angle 38.28^\circ$$

$$v_3\,(t) = 21 \text{ Cos }(5000t + 38.28^\circ) \text{ V}$$

Problema 12: "Hállese **V** en la figura 2.12 si la caja contiene: a) 8 Ω en serie con 5 mH; b) 8 Ω serie con 50 μF; c) 8 Ω , 5 mH y 50 μF en serie; d) 8 Ω , 5 mH y 50 μF en serie, pero w = 4 "(Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 274).

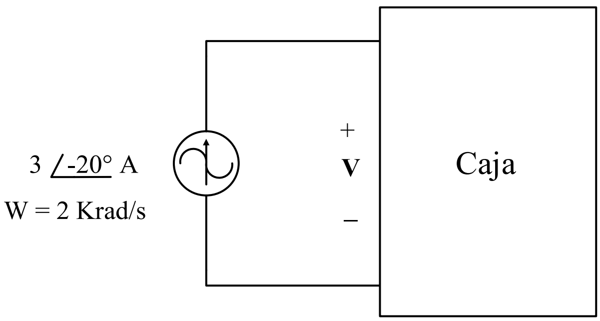


Figura 2.12

a) De la figura 2.12, si la caja contiene 8 Ω en serie con 5 mH tal como se muestra en la figura 2.13, se procede a calcular el voltaje **V**.

$$jX_L = jwL = j\,(2000)\,(5x10^{-3}) = j10\,\Omega$$

$$\mathbf{V} = (3\angle{-20°})\,(8 + j\,10) = (3\angle{-20°})\,(12.81\angle 51.34°)$$

$$\mathbf{V} = 38.43\angle 31.34°\ V$$

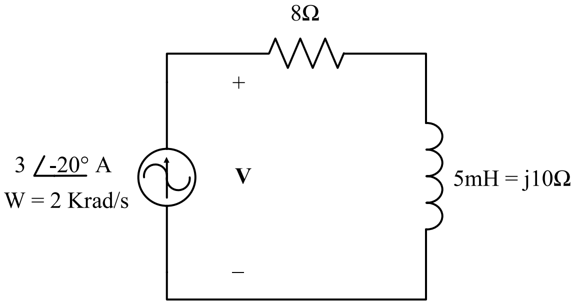


Figura 2.13

b) De la figura 2.12, si la caja contiene 8 Ω serie con 50 μF como se muestra en la figura 2.14, se procede a calcular el voltaje **V**.

$$-\,jXc = -j\frac{1}{wC} = -j\frac{1}{(2000)\ (50x10^{-6})} = -j\,10\Omega$$

$$\mathbf{V} = (3\angle{-20°})\,(8 - j\,10) = (3\angle{-20°})\,(12.81\angle{-51.34°})$$

$$\mathbf{V} = 38.43\angle{-71.34°}\ V$$

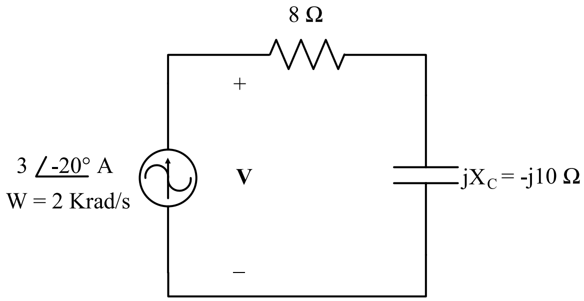


Figura 2.14

c) De la figura 2.12, si la caja contiene 8 Ω , 5 mH y 50 μF en serie como se muestra en la figura 2.15, se procede a calcular el voltaje **V**.

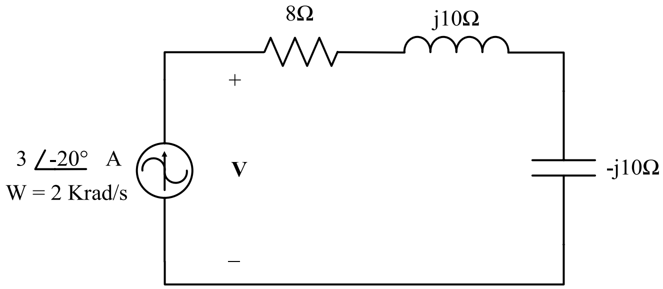


Figura 2.15

$\mathbf{V} = (3\angle\text{-}20^\circ)\ (8 + j\ 10 - j\ 10)$

$\mathbf{V} = 24\ \angle{-20}^\circ\ V$

d) De la figura 2.12, si la caja contiene 8 Ω , 5 mH y 50 μF en serie, pero w = 4 Krad/s, como se muestra en la figura 2.16, se procede a calcular el voltaje **V**.

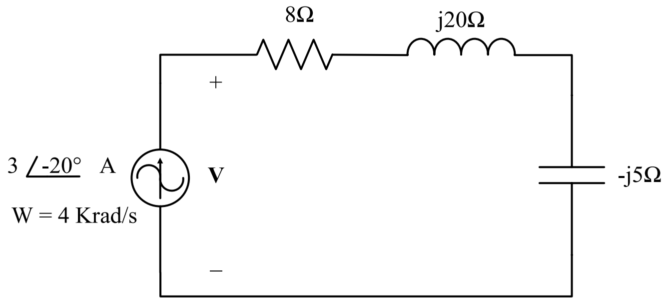


Figura 2.16

$jX_L = jwL = j\ (4000)\ (5x10^{-3}) = j\ 20\ \Omega$

$$-\ jXc = -j\frac{1}{WC} = -j\frac{1}{(4000)\ \ (50x10^{-6})} = -j\ 5\Omega$$

$V = (3\angle{-20°})\ (8 + j\ 20 - j5) = \ (3\angle{-20°})\ (8 + j\ 15)$

$V = (3\angle{-20°})\ (17\angle 61.93°) = 51\ \angle 41.93°$

$V = 51\angle 41.93°V$

Problema 13: "Un resistor de 200 Ω , un capacitor de 25 μ F y un inductor L están en paralelo. El voltaje fasorial para el arreglo es $100\angle 0°V$. a) Hállese L si la corriente que entra por la terminal positiva es $\mathbf{I} = 0.5 - j\ 2$ A y w = 1 Krad/s. b) Hállese L si w = 100 rad/s e $\mathbf{I}$ = 1 A" (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 275).

Solución:

a) Se procede a calcular los valores del inductor y del capacitor en formato fasorial:

$$-jXc = -j\frac{1}{wC} = -j\frac{1}{(1000)\ (25x10^{-6})} = -j40\ \Omega$$

$$jX_L = jwL = j\ 1000\ L\ \Omega$$

Con los datos del problema 13 y los valores del capacitor e inductor convertidos a formato fasorial, se grafica el circuito que se muestra en la figura 2.17. En esta figura, se calculan los valores de las corrientes $\mathbf{I}_R$, $\mathbf{I}_C$ e $\mathbf{I}_L$

$$I_R = \frac{100\angle 0^\circ}{200} = 0.5\ A$$

$$I_C = \frac{100\angle 0^\circ}{-j40} = \frac{100\angle 0^\circ}{40\angle -90^\circ} = 2.5\angle 90^\circ$$

$$I_L = \frac{100\angle 0^\circ}{j1000L} = \frac{100\angle 0^\circ}{1000L\angle 90^\circ} = \frac{0.1}{L}\angle -90^\circ$$

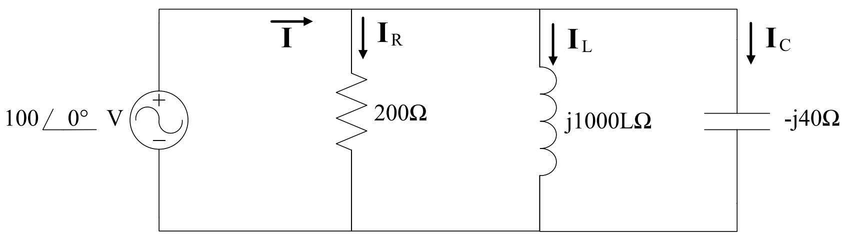


Figura 2.17

En el nodo superior de la figura 2.17, se aplica la LCK, se asume que las corrientes que entran al nodo son negativas y las corrientes que salen del nodo son positivas.

$$-\mathbf{I} + \mathbf{I}_R + \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_C = 0$$

$\mathbf{I} = \mathbf{I}_R + \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_C$

$$0.5 - j\,2 = 0.5 + 2.5\angle 90^\circ + \frac{0.1}{L}\angle -90^\circ$$

$$0.5 - j\,2 - 0.5 - 2.5\angle 90^\circ = \frac{0.1}{L}\angle -90^\circ$$

$$0.5 - j\,2 - 0.5 - j\,2.5 = \frac{1}{L}(0.1\angle -90^\circ)$$

$$-j\,4.5 = \frac{1}{L}(-j\,0.1)$$

$$L = \frac{-j0.1}{-j4.5} = \frac{0.1}{4.5} = \frac{1}{45}$$

Entonces, el valor del inductor es:

$$L = \frac{1}{45}\ \text{H}$$

b) Hállese L sí w = 100 rad/s e **I** = 1 A.

$$jX_L = jwL = j\,100\,L\,\Omega$$

$$-jXc = -j\frac{1}{wC} = -j\frac{1}{(100)\ (25x10^{-6})} = -j400\ \Omega$$

$$\mathbf{I}_R = \frac{100\angle 0^\circ}{200} = 0.5\ \text{A}$$

$$\mathbf{I}_C = \frac{100\angle 0^\circ}{-j400} = \frac{100\angle 0^\circ}{400\angle -90^\circ} = 0.25\angle 90^\circ\ \text{A}$$

$$\mathbf{I}_L = \frac{100\angle 0^\circ}{j100L} = \frac{100\angle 0^\circ}{100L\angle 90^\circ} = \frac{1}{L}\angle -90^\circ$$

En el nodo superior de la figura 2.17, se aplica la LCK asumiendo que las corrientes que entran al nodo son negativas y las corrientes que salen del nodo son positivas:

$$-\mathbf{I} + \mathbf{I}_R + \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_C = 0$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_R + \mathbf{I}_C + \mathbf{I}_L$$

$$\mathbf{I} = 0.5 + 0.25\ \angle 90^\circ + \frac{1}{L}\angle{-90^\circ}$$

$$\mathbf{I} = 0.5 + j\ 0.25 - j\frac{1}{L}$$

$$\mathbf{I} = 0.5 + j - j\ (0.25 - \frac{1}{L})$$

Sacando el módulo de los dos lados de la ecuación y se reemplaza $\mathbf{I}$ = 1 A, se tiene:

$$\left|\mathbf{I}\right| = \left|0.5 + j(0.25 - \frac{1}{L})\right|$$

$$\sqrt{I^2} = \sqrt{(0.5)^2 + (0.25 - \frac{1}{L})^2}$$

$$\left(I^2\right)^{1/2} = \left[(0.5)^2 + (0.25 - \frac{1}{L})^2\right]^{1/2}$$

$$I^2 = \left[(0.5)^2 + (0.25 - \frac{1}{L})^2\right]^{2/2}$$

$$I^2 = \left[(0.5)^2 + (0.25 - \frac{1}{L})^2\right]$$

$$(1)^2 = (0.5)^2 + (0.25 - \frac{1}{L})^2$$

$$1 = 0.25 + \left[(0.25)^2 - 2(0.25)(\frac{1}{L}) + \frac{1}{L^2}\right]$$

$$1 = 0.25 + 0.0625 - \frac{0.5}{L} + \frac{1}{L^2}$$

$$1 - 0.25 - 0.0625 = -\frac{0.5}{L} + \frac{1}{L^2}$$

$$0.6875 = -\frac{0.5}{L} + \frac{1}{L^2}$$

Multiplicando por L^2 a cada uno de los términos se tiene:

$$0.6875L^2 = -\frac{0.5L^2}{L} + \frac{L^2}{L^2}$$

$$0.6875L^2 + 0.5L - 1 = 0$$

$$L_{1,2} = \frac{-0.5 \pm \sqrt{(0.5)^2 - 4(0.6875)(-1)}}{2(0.6785)}$$

$$L_{1,2} = \frac{-0.5 \pm \sqrt{0.25 + 2.75}}{1.375} = \frac{-0.5 \pm \sqrt{3}}{1.375} = \frac{-0.5 \pm 1.732}{1.375}$$

$$L_1 = \frac{-0.5 + 1.732}{1.375} = \frac{1.232}{1.375} = 0.896 \text{ H}$$

$$L_2 = \frac{-0.5 + 1.732}{1.375} = \frac{-2.232}{1.375} = -1.623$$

Como la inductancia no puede ser negativa, la respuesta es L_1.

L1 = 0.896 H

BIBLIOGRAFÍA

Alexander, CH.K. y Sadiku, M.N.O. (2006). *Fundamentos de circuitos eléctricos.* 3a ed. México: Mc Graw-Hill.

Chapman, S.J. (1993). *Máquinas eléctricas.* 2a ed. Colombia: Mc Graw-Hill.

Dorf, R.C. y Svoboda, J.A. (2011). *Circuitos eléctricos.* 8a ed. México: Alfaomega.

Edminister, J.A. (1988). *Circuitos eléctricos.* 2a ed. México: Mc Graw Hill.

Hayt Jr., W.H., y Kemmerly, J.E. (1988). *Análisis de circuitos en ingeniería.* (4a ed.). México: Mc Graw-Hill.

Hayt Jr., W.H.; Kemmerly, J.E. y Durbin, S.M. (2003). *Análisis de circuitos en ingeniería.* 6ª ed. México: McGraw-Hill.

Hayt Jr., W.H., Kemmerly, J., y Durbin, S. (2012). *Análisis de circuitos en ingeniería.* 8a ed. México: Mc Graw-Hill.

Salas, S.L., y Hille, E. (1976). *CALCULUS de una y varias variables con geometría analítica.* España: Reverté.

Van Valkenburg, M. E. (1980). *Análisis de redes.* México: Limusa.

Esta obra está destinada a aquellos estudiantes de ciencias e ingeniería que tienen conocimientos de cálculo diferencial e integral, álgebra, números complejos, trigonometría y física. El desarrollo de los problemas del *Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable*, en su mayoría, se basa en los contenidos teóricos y en los problemas planteados en el libro *Análisis de circuitos en ingeniería*, cuarta edición, de los autores William H. Hayt, Jr. y Jack E. Kemmerly. El *Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable* —una herramienta de trabajo de fácil entendimiento para el estudiante— consta de cinco capítulos. El primero comprende la resolución de los problemas en corriente continua utilizando los métodos de análisis de nodos, análisis de mallas, divisores de corriente, divisores de voltaje, transformaciones de fuentes de corriente y de voltaje, superposición, teorema de Thevenin y de Norton. El capítulo II resuelve los problemas en corriente alterna recurriendo a los fasores y utilizando los diferentes métodos del capítulo I. El tercero, resuelve los problemas que comprenden la potencia promedio y valores eficaces de potencias bajas y medias, utilizando el triángulo de potencias para su resolución. El capítulo IV aborda la resolución de los problemas de circuitos trifásicos con cargas balanceadas; y el capítulo final trata la resolución de los problemas de circuitos acoplados y transformadores.

Pedro Infante Moreira nació en Quinsaloma, provincia de Los Ríos, en 1959. Es ingeniero electrónico, graduado en la Escuela Superior Politécnica del Litoral, y tiene un Diplomado Superior en Pedagogía Universitaria, Maestrías en Gestión Académica Universitaria y Administración de Empresas. Actualmente es candidato a un Doctorado en Ciencias Técnicas. Tiene 22 años en la docencia, en la Universidad Técnica de Babahoyo, la Universidad Nacional de Chimborazo y en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo. Ha publicado varios textos básicos, solucionarios y un libro.

ISBN: 978-9942-14-339-6
9 789942 143396